ΜΕΛΕΤΗ ΜΟΝΟΤΟΝΙΑΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΖΟΝΤΑΣ ΤΟΝ ΤΥΠΟ ΤΗΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f\left(x\right)=\frac{6}{\sqrt{x}}-2x$$

Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως φθίνουσα

$D_f=\{x\in\mathbb{R}:x>0\}=(0,+\infty)$

Έστω $x_1,x_2\in(0,+\infty)$ *με* $x_1<x_2$

$$\left.\begin{cases}x_1<x_2\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\Rightarrow\left.\begin{cases}-2x_1>-2x_2\\\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\Rightarrow\left.\begin{cases}-2x_1>-2x_2\\\dfrac{1}{\sqrt{x_1}}>\dfrac{1}{\sqrt{x_2}}\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\Rightarrow\left.\begin{cases}-2x_1>-2x_2\\\dfrac{6}{\sqrt{x_1}}>\dfrac{6}{\sqrt{x_2}}\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}$$

$$\overset{(+)}{\Longrightarrow}-2x_1+\frac{1}{\sqrt{x_1}}>-2x_1+\frac{1}{\sqrt{x_1}}\Rightarrow f\left(x_1\right)>f\left(x_2\right)$$

Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα

2.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f\left(x\right)=-\frac{3}{x}+\sqrt{x}$$

Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως αύξουσα

$D_f=\{x\in\mathbb{R}:x\geq0,x\neq0\}=(0,+\infty)$

Έστω $x_1<x_2$ *με* $x_1,x_2\in(0,+\infty)$

$$\left.\begin{cases}x_1<x_2\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\Rightarrow\left.\begin{cases}\dfrac{1}{x_1}>\dfrac{1}{x_2}\\\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\Rightarrow\left.\begin{cases}-\dfrac{3}{x_1}<-\dfrac{3}{x_2}\\\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}\\x_1,x_2\in(0,+\infty)\end{cases}\right\}\overset{(+)}{\Longrightarrow}$$

$$\left.\begin{cases} -\dfrac{3}{x_1}+\sqrt{x_1}<-\dfrac{3}{x_2}+\sqrt{x_2} \\ x_1,x_2\in(0,+\infty) \end{cases}\right\} \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα

3.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:
$f(x)=\dfrac{2x^5+11x^3+5x}{x^2+5}$
Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως αύξουσα

$D_f=\{x\in\mathbb{R}: x^2+5\neq 0\}$

Για κάθε $x\in\mathbb{R}$ θα έχω:

$x^2\geq 0\Rightarrow x^2+5\geq 5>0\Rightarrow x^2+5>0\Rightarrow x^2+5\neq 0$

Οπότε: $D_f=\mathbb{R}$

$$f(x)=\frac{2x^5+11x^3+5x}{x^2+5}\overset{11x^3=10x^3+x^3}{=}\frac{2x^5+10x^3+x^3+5x}{x^2+5}=\frac{2x^3(x^2+5)+x(x^2+5)}{x^2+5}=$$

$$\frac{\cancel{(x^2+5)}(2x^3+x)}{\cancel{x^2+5}}=2x^3+x$$

Έστω $x_1,x_2\in\mathbb{R}$ με $x_1<x_2$

$$x_1<x_2\Rightarrow\left.\begin{cases}x_1^{\ 3}<x_2^{\ 3}\\ x_1<x_2\end{cases}\right\}\Rightarrow\underline{\left.\begin{cases}2x_1^{\ 3}<2x_2^{\ 3}\\ x_1<-x_2\end{cases}\right\}}(+)$$

$$2x_1^{\ 3}+x_1<2x_2^{\ 3}+x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα

4.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:
$f(x)=\sqrt{25-x^2}$
Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(0,5)$
και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-5,0)$

$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} : 25 - x^2 \geq 0 \right\}$

$\Theta\varepsilon\omega\rho\acute{\omega}\ \tau\eta\nu\ \varepsilon\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta : 25 - x^2 = 0$

$25 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$

x	$-\infty$		-5		5		$+\infty$
$25-x^2$		—	0	+	0	—	

$x \in D_f \Leftrightarrow 25 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5, 5]$

$O\pi\acute{o}\tau\varepsilon : D_f = [-5, 5]$

$A\nu\ x_1, x_2 \in (0,5)\ \mu\varepsilon\ x_1 < x_2 :$

$$\left.\begin{cases} x_1 < x_2 \\ x_1, x_2 \in (0,5) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} x_1^{\ 2} < x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (0,5) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} -x_1^{\ 2} > -x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (0,5) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} 25 - x_1^{\ 2} > 25 - x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (0,5) \\ 25 - x_1^{\ 2}, 25 - x_2^{\ 2} > 0 \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} \sqrt{25 - x_1^{\ 2}} > \sqrt{25 - x_2^{\ 2}} \\ x_1, x_2 \in (0,5) \end{cases}\right\} \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

$\acute{A}\rho\alpha\ \eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \varphi\theta\acute{\iota}\nu o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\tau o\ \delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ (0,5)$

$A\nu\ x_1, x_2 \in (-5,0)\ \mu\varepsilon\ x_1 < x_2 :$

$$\left.\begin{cases} x_1 < x_2 \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} -x_1 > -x_2 \\ x_1 < 0 \\ x_2 < 0 \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} -x_1 > -x_2 \\ -x_1 > 0 \\ -x_2 > 0 \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{matrix} (-x_1)^2 > (-x_2)^2 \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{matrix}\right\}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} x_1^{\ 2} > x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} -x_1^{\ 2} < -x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} 25 - x_1^{\ 2} < 25 - x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \\ 25 - x_1^{\ 2}, 25 - x_2^{\ 2} > 0 \end{cases}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} \sqrt{25 - x_1^{\ 2}} < \sqrt{25 - x_2^{\ 2}} \\ x_1, x_2 \in (-5,0) \end{cases}\right\} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$\acute{A}\rho\alpha\ \eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\tau o\ \delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ (-5,0)$

5.

$\Delta\acute{\iota}\nu\varepsilon\tau\alpha\iota\ \eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f\ \mu\varepsilon\ \tau\acute{\upsilon}\pi o:$ $f(x)=\sqrt{x^2-9}$ $N\alpha\ \alpha\pi o\delta\varepsilon\acute{\iota}\xi\varepsilon\tau\varepsilon\ o\tau\iota\ \eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \varphi\theta\acute{\iota}\nu o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\tau o\ \delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ (\infty,-3)$ $\kappa\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\tau o\ \delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ (3,+\infty)$

$D_f=\{x\in\mathbb{R}: x^2-9\geq 0\}$

$\Theta\varepsilon\omega\rho\acute{\omega}\ \tau\eta\nu\ \varepsilon\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta: x^2-9=0$

$x^2-9=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=\pm 3$

x	– ∞	−3		3	+ ∞
x^2–9	+	0	—	0	+

$A\nu\ x_1,x_2\in(3,+\infty)\ \mu\varepsilon\ x_1<x_2:$

$$\begin{Bmatrix} x_1<x_2 \\ x_1,x_2\in(3,+\infty) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1<x_2 \\ x_1>0 \\ x_2>0 \\ x_1,x_2\in(3,+\infty) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1{}^2>x_2{}^2 \\ x_1,x_2(3,+\infty) \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{Bmatrix} x_1{}^2-9>x_2{}^2-9 \\ x_1,x_2(3,+\infty) \\ x_1{}^2-9, x_2{}^2-9>0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \sqrt{x_1{}^2-9}>\sqrt{x_2{}^2-9} \\ x_1,x_2(3,+\infty) \end{Bmatrix} \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$$

$\acute{A}\rho\alpha\ \eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha\ \sigma\tau o\ \delta\iota\acute{\alpha}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ (3,+\infty)$

$A\nu\ x_1,x_2\in(-\infty,-3)\ \mu\varepsilon\ x_1<x_2:$

$$\begin{Bmatrix} x_1<x_2 \\ x_1,x_2\in(-\infty,-3) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} -x_1>-x_2 \\ x_1<0 \\ x_2<0 \\ x_1,x_2\in(-\infty,-3) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} -x_1>-x_2 \\ -x_1>0 \\ -x_2>0 \\ x_1,x_2\in(-\infty,-3) \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{Bmatrix} (-x_1)^2 > (-x_2)^2 \\ x_1, x_2 \in (-\infty, -3) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1^{\ 2} > x_2^{\ 2} \\ x_1, x_2 \in (-\infty, -3) \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} x_1^{\ 2} - 9 > x_2^{\ 2} - 9 \\ x_1, x_2 \in (-\infty, -3) \\ x_1^{\ 2} - 9, x_2^{\ 2} - 9 > 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \sqrt{x_1^{\ 2} - 9} > \sqrt{x_2^{\ 2} - 9} \\ x_1, x_2 \in (-\infty, -3) \end{Bmatrix} \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, -3)$

6.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ *Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως αύξουσα*

Αν D_f το πεδίο ορισμου της f. Τότε θα έχω:

$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \geq 0, \sqrt{x} - 1 \neq 0 \right\}$$

Θεωρώ την εξίσωση: $\begin{Bmatrix} \sqrt{x} - 1 = 0 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} \sqrt{x} = 1 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} (\sqrt{x})^2 = 1^2 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow$

$$\begin{Bmatrix} x = 1 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow x = 1$$

$$x \in D_f \Leftrightarrow x \in \begin{Bmatrix} \sqrt{x} - 1 \neq 0 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} x \neq 1 \\ x \geq 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow x \in [0,1) \cup (1, +\infty)$$

Οπότε: $D_f = [0,1) \cup (1, +\infty)$

Επειδή $x \geq 0$ *θα έχω* $x = (\sqrt{x})^2$

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \overset{x=(\sqrt{x})^2}{=} \frac{(\sqrt{x})^2 - 1^2}{\sqrt{x}-1} = \frac{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}+1)}{\cancel{\sqrt{x}-1}} = \sqrt{x} + 1$$

Οπότε: $f(x) = \sqrt{x} + 1, x \in [0,1) \cup (1, +\infty)$

$\text{Αν } x_1, x_2 \in [0,1)\cup(1,+\infty) \text{ με } x_1 < x_2:$

$$\begin{cases} x_1 < x_2 \\ x_1, x_2 \in [0,1)\cup(1,+\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \\ x_1, x_2 \in [0,1)\cup(1,+\infty) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{x_1}+1 < \sqrt{x_2}+1 \\ x_1, x_2 \in [0,1)\cup(1,+\infty) \end{cases} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα

7.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:
$f(x) = \dfrac{e^x - 3}{e^x + 1}$
Να αποδείξετε οτι η f είναι γνησίως αύξουσα

$D_f = \{x \in \mathbb{R} : e^x + 1 \neq 0\}$

$e^x > 0 \Rightarrow e^x + 1 > 1 > 0 \Rightarrow e^x + 1 > 0 \Rightarrow e^x + 1 \neq 0$

Οπότε $e^x + 1 \neq 0$ *για κάθε* $x \in \mathbb{R}$. *Συνεπώς* $D_f = \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{e^x - 3}{e^x + 1} \overset{\substack{\text{Προσθαφαιρώ την μονάδα} \\ \text{για να σχηματιστεί στον} \\ \text{αριθμητή το } e^x+1}}{=} \frac{e^x + 1 - 1 - 3}{e^x + 1} = \frac{(e^x+1) - 4}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1}{e^x + 1} - \frac{4}{e^x + 1} = 1 - \frac{4}{e^x + 1}$$

$\text{Αν } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \text{ με } x_1 < x_2:$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2} \Rightarrow e^{x_1} + 1 < e^{x_2} + 1 \overset{\substack{\text{Αν } \alpha,\beta \text{ ομόσημοι αριθμοί} \\ \text{τότε ισχύει η ισοδυναμία:} \\ \alpha>\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha}<\frac{1}{\beta}}}{\Longrightarrow} \frac{1}{e^{x_1}+1} > \frac{1}{e^{x_2}+1} \Rightarrow$$

$$-\frac{4}{e^{x_1}+1} < -\frac{4}{e^{x_2}+1} \Rightarrow 1 - \frac{4}{e^{x_1}+1} < 1 - \frac{4}{e^{x_2}+1} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα

8.

$\Delta\acute{\iota}\nu\varepsilon\tau\alpha\iota\ \eta\ \sigma\upsilon\nu\acute{\alpha}\rho\tau\eta\sigma\eta\ f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \pi o\upsilon\ \iota\kappa\alpha\nu o\pi o\iota\varepsilon\acute{\iota}\ \tau\eta\nu\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta:$
$f^3(x)+f(x)=e^x+x$
$\mathrm{N}\alpha\ \alpha\pi o\delta\varepsilon\acute{\iota}\xi\varepsilon\tau\varepsilon\ o\tau\iota\ \eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha$

$\mathrm{A}\nu\ x_1,x_2\in\mathbb{R}\ \mu\varepsilon\ x_1<x_2.\underline{\acute{E}\sigma\tau\omega\ f(x_1)\geq f(x_2)}$

$$\left.\begin{cases} f^3(x_1)+f(x_1)=e^{x_1}+x_1 \\ f^3(x_2)+f(x_2)=e^{x_2}+x_2 \end{cases}\right\}\Rightarrow$$

$$f^3(x_1)+f(x_1)-f^3(x_2)-f(x_2)=e^{x_1}+x_1-e^{x_2}-x_2\ (1)$$

$$x_1<x_2\Rightarrow\underline{\left.\begin{cases} e^{x_1}<e^{x_2} \\ x_1<x_2 \end{cases}\right\}}$$

$$e^{x_1}+x_1<e^{x_2}+x_2\Rightarrow e^{x_1}+x_1-e^{x_2}-x_2<0\ (2)$$

$$f(x_1)\geq f(x_2)\Rightarrow\underline{\left.\begin{cases} f^3(x_1)\geq f^3(x_2) \\ f(x_1)\geq f(x_2) \end{cases}\right\}}$$

$$f^3(x_1)+f(x_1)\geq f^3(x_2)+f(x_2)\Rightarrow$$

$$f^3(x_1)+f(x_1)-f^3(x_2)-f(x_2)\geq 0\ (3)$$

$\mathrm{A}\pi o\ \tau\iota\varsigma\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\varepsilon\iota\varsigma\ (1),(2),(3)\ \acute{\varepsilon}\chi\omega:$

$$\left.\begin{cases} f^3(x_1)+f(x_1)-f^3(x_2)-f(x_2)=e^{x_1}+x_1-e^{x_2}-x_2 \\ e^{x_1}+x_1-e^{x_2}-x_2<0 \\ f^3(x_1)+f(x_1)-f^3(x_2)-f(x_2)\geq 0 \end{cases}\right\}(\acute{A}\tau o\pi o)$$

$\Sigma\upsilon\nu\varepsilon\pi\acute{\omega}\varsigma\ f(x_1)<f(x_2).\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\varepsilon\ \gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ x_1,x_2\in\mathbb{R}\ \mu\varepsilon\ x_1<x_2\ \acute{\varepsilon}\chi\omega$

$f(x_1)<f(x_2).\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\varepsilon\ \eta\ f\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \gamma\nu\eta\sigma\acute{\iota}\omega\varsigma\ \alpha\acute{\upsilon}\xi o\upsilon\sigma\alpha$

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ
$\mathrm{A}\nu\ \alpha,\beta\geq 0\ \kappa\alpha\iota\ \nu\in\mathbb{N}^*\ \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota\ \eta\ \iota\sigma o\delta\upsilon\nu\alpha\mu\acute{\iota}\alpha:$ $\alpha<\beta\Leftrightarrow\alpha^{2\nu}<\beta^{2\nu}$
$\mathrm{A}\nu\ \nu\in\mathbb{N}\ \tau\acute{o}\tau\varepsilon\ \iota\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota\ \eta\ \iota\sigma o\delta\upsilon\nu\alpha\mu\acute{\iota}\alpha:$ $\alpha<\beta\Leftrightarrow\alpha^{2\nu+1}<\beta^{2\nu+1}$

$A\nu\ \alpha,\beta$ *ομόσημοι τότε ισχύει η ισοδυναμία* :

$\alpha<\beta \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha}>\frac{1}{\beta}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{7}{\sqrt{x}}-3x$. *Να αποδείξετε οτι η* f *είναι γνησίως φθίνουσα*

2.

Δίνεται η συνάρτηση f *με τύπο* $f(x)=\sqrt{16-x^2}$. *Να αποδείξετε οτι η* f *είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα* $(-4,0)$ *και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα* $(0,4)$

3.

Δίνεται η συνάρτηση f *με τύπο* $f(x)=\sqrt{x^2-81}$. *Να αποδείξετε οτι η* f *είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα* $(9,+\infty)$ *και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα* $(-\infty,-9)$

4.

Δίνεται η συνάρτηση f *με τύπο* $f(x)=\frac{x-25}{\sqrt{x}-5}$. *Να αποδείξετε οτι η* f *είναι γνησίως αύξουσα*

5.

Δίνεται η συνάρτηση f *με τύπο* $f(x)=\frac{e^x+10}{e^x+5}$. *Να αποδείξετε οτι η* f *είναι γνησίως φθίνουσα*

6.

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *που ικανοποιεί την σχέση* :

$f^5(x)+3f^3(x)=e^{3x}+x^7$

Να αποδείξετε οτι η f *είναι γνησίως αύξουσα*

7.

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *που ικανοποιεί την σχέση* :

$f^7(x)+8f^5(x)=e^{-x}-x^7$

Να αποδείξετε οτι η f *είναι γνησίως φθίνουσα*