ΚΟΙΝΕΣ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΕΣ ΔΥΟ ΚΑΜΠΥΛΩΝ

Πως θα βρώ την εξίσωση της εφαπτομένης της κοινής εγαπτομένης των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g

↓

Έστω (ε) η κοινή εφαπτομένη των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g

Η (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $A(x_1, f(x_1))$ και εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $B(x_2, g(x_2))$

↓

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $A(x_1, f(x_1))$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda = f'(x_1)(1)$

Η ευθεία (ε) θα έχει εξίσωση:

$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)$

↓

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $B(x_2, g(x_2))$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda = g'(x_2)(2)$

Απο τις σχέσεις $(1),(2)$ θα έχω: $f'(x_1) = g'(x_2)(3)$

↓

$B(x_2, g(x_2)) \in (\varepsilon) \overset{(\varepsilon): y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1)}{\Longleftrightarrow} g(x_2) - f(x_1) = f'(x_1)(x_2 - x_1)(4)$

Απο τις σχέσεις $(3),(4)$ προσδιορίζω το x_1

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

Να βρεθούν οι εξίσωση των κοινών εφαπτομένων των γραφικών παράστασεων των συναρτήσεων $f(x) = x^2 + 2$ και $g(x) = -x^2$

$$f'(x) = \left(x^2 + 2\right)' \overset{(F(x)+G(x))' = F'(x)+G'(x)}{=} \left(x^2\right)' + (2)' \overset{\substack{(x^a)' = ax^{a-1} \\ (c)' = 0, c: \Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}}{=} 2x$$

$$g'(x)=\left(-x^2\right)' \overset{\substack{\left(x^a\right)'=ax^{a-1} \\ \left(cF(x)\right)'=cF'(x), c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}}{=} -\left(x^2\right)'=-2x$$

$\text{Έστω } (\varepsilon) \text{ η κοινή εφαπτομένη των γραφικών παραστάσεων } C_f \text{ και } C_g$

<u>$\text{Η } (\varepsilon) \text{ είναι εφαπτομένη της } C_f \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{A}\left(x_1, f\left(x_1\right)\right) \text{ και}$</u>

<u>$\text{εφαπτομένη της } C_g \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right)$</u>

$\text{Επειδή } (\varepsilon) \text{ είναι εφαπτομένη της } C_f \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{A}\left(x_1, f\left(x_1\right)\right)$

$\text{ο συντελεστής της } (\varepsilon) \text{ θα είναι } \lambda=f'\left(x_1\right) \Leftrightarrow \lambda=2x_1 (1)$

$\text{Οπότε η ευθεία } (\varepsilon) \text{ θα έχει εξίσωση:}$

$$y-f\left(x_1\right)=f'\left(x_1\right)\left(x-x_1\right) \Leftrightarrow y-\left(x_1{}^2+2\right)=2x_1\left(x-x_1\right) \Leftrightarrow$$

$$y-x_1{}^2-2=2x_1x-2x_1{}^2 \Leftrightarrow y-2x_1x+x_1{}^2=0$$

$$(\varepsilon): y-2x_1x+x_1{}^2-2=0$$

$\text{Επειδή } (\varepsilon) \text{ είναι εφαπτομένη της } C_g \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right)$

$\text{ο συντελεστής της } (\varepsilon) \text{ θα είναι } \lambda=g'\left(x_2\right) \Leftrightarrow \lambda=-2x_2 (2)$

$\text{Απο τις σχέσεις } (1),(2) \text{ θα έχω:}$

$$2x_1 \Leftrightarrow -2x_2 \Leftrightarrow x_2=-x_1 (3)$$

$$\mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right) \in (\varepsilon) \overset{(\varepsilon): y-2x_1x+x_1{}^2-2=0}{\Longleftrightarrow} g\left(x_2\right)-2x_1x_2+x_1{}^2-2=0 \Leftrightarrow$$

$$-x_2{}^2-2x_1x_2+x_1{}^2-2=0 \overset{x_2=-x_1}{\Longleftrightarrow} -\left(-x_1\right)^2-2x_1\left(-x_1\right)+x_1{}^2-2=0 \Leftrightarrow$$

$$\cancel{-x_1{}^2}+2x_1{}^2+\cancel{x_1{}^2}-2=0 \Leftrightarrow 2\left(x_1{}^2-1\right)=0 \Leftrightarrow x_1{}^2-1=0 \Leftrightarrow x_1{}^2=1 \Leftrightarrow x_1=\pm 1$$

$\text{Αν } x_1=-1 \text{ η εξίσωση της } (\varepsilon) \text{ είναι:}$

$$y=2x_1x-x_1{}^2+2 \overset{x_1=-1}{\Longleftrightarrow} y=2(-1)x-(-1)^2+2 \Leftrightarrow y=-2x+1$$

$\text{Αν } x_1=-1 \text{ η εξίσωση της } (\varepsilon) \text{ είναι:}$

$$y-2x_1x+x_1{}^2-2=0 \overset{x_1=-1}{\Longleftrightarrow} y-2(-1)x+(-1)^2-2=0 \Leftrightarrow y+2x-1=0$$

$\text{Αν } x_2=1 \text{ η εξίσωση της } (\varepsilon) \text{ είναι:}$

$$y-2x_1x+x_1{}^2-2=0 \overset{x_1=-1}{\Longleftrightarrow} y-2 \bullet 1 \bullet x+1^2-2=0 \Leftrightarrow y-2x-1=0$$

2.

Να βρεθούν οι εξισώσεις των κοινών εφαπτομένων των γραφικών παράστασεων των συναρτήσεων $f(x)=-x^2+1$ και $g(x)=-x^2+6x-8$

$$f'(x)=\left(-x^2+1\right)' \overset{\left(F(x)-G(x)\right)'=F'(x)-G'(x)}{=} -\left(x^2\right)'+(1)' \overset{\substack{\left(x^a\right)'=ax^{a-1}\\ (c)'=0,c:\Sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\alpha}}}{=} -2x$$

$$g'(x)=\left(-x^2+6x-8\right)'=-\left(x^2\right)'+\left(6x\right)'+\left(8\right)'=-2x+6\left(x\right)'=-2x+6$$

Έστω (ε) η κοινή εφαπτομένη των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g

Η (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $\mathrm{A}\left(x_1, f\left(x_1\right)\right)$ και εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $\mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right)$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $\mathrm{A}\left(x_1, f\left(x_1\right)\right)$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda=f'\left(x_1\right)\Leftrightarrow\lambda=-2x_1(1)$

Η ευθεία (ε) θα έχει εξίσωση:

$$y-f\left(x_1\right)=f'\left(x_1\right)\left(x-x_1\right)\Leftrightarrow y-\left(-x_1^{\,2}+1\right)=-2x_1\left(x-x_1\right)\Leftrightarrow$$

$$y+x_1^{\,2}-1=-2x_1x+2x_1^{\,2}\Leftrightarrow y+2x_1x-x_1^{\,2}-1=0$$

$$(\varepsilon): y+2x_1x-x_1^{\,2}-1=0$$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $\mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right)$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda=g'\left(x_2\right)\Leftrightarrow\lambda=-2x_2+6(2)$

Απο τις σχέσεις $(1),(2)$ θα έχω:

$$-2x_1=-2x_2+6\Leftrightarrow -2x_1=-2\left(x_2-3\right) \overset{\substack{\text{Αν } \alpha\neq 0 \text{ τότε ισχύει η ισοδυναμία:}\\ \alpha\beta=\alpha\gamma\Leftrightarrow\beta=\gamma}}{\Leftrightarrow} x_1=x_2-3\Leftrightarrow$$

$$x_2=x_1+3$$

$$\mathrm{B}\left(x_2, g\left(x_2\right)\right)\in(\varepsilon) \overset{(\varepsilon):y+2x_1x-x_1^{\,2}-1=0}{\Leftrightarrow} g\left(x_2\right)+2x_1x_2-x_1^{\,2}-1=0 \overset{g\left(x_2\right)=-x_2^{\,2}+6x_2-8}{\Leftrightarrow}$$

$$-x_2^{\,2}+6x_2-8+2x_1x_2-x_1^{\,2}-1=0 \overset{x_2=x_1+3}{\Leftrightarrow} -\left(x_1+3\right)^2+6\left(x_1+3\right)+2x_1\left(x_1+3\right)-x_1^{\,2}-9=0$$

$$\Leftrightarrow -\left(x_1^{\,2}+6x_1+9\right)+6x_1+18+2x_1^{\,2}+6x_1-9=0\Leftrightarrow$$

$$\cancel{-x_1^{\,2}}\ \cancel{-6x_1}\ \cancel{-9}+6x_1+\cancel{18}\ \cancel{+2x_1^{\,2}}\ \cancel{+6x_1}\ \cancel{-x_1^{\,2}}\ \cancel{-9}=0\Leftrightarrow 6x_1=0\Leftrightarrow x_1=0\Leftrightarrow$$

$\text{Αν } x_1 = 0 \; \eta \; \varepsilon\xi\acute{\iota}\sigma\omega\sigma\eta \; \tau\eta\varsigma \; (\varepsilon) \; \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota:$

$y + 2x_1 x - x_1^{\,2} - 1 = 0 \Leftrightarrow y + 2 \bullet 0 \bullet x - 0^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow y - 1 = 0$

3.

Να βρεθούν οι εξίσωση των κοινών εφαπτομένων των γραφικών παράστασεων των συναρτήσεων $f(x) = -e^{-x}$ και $g(x) = \ln x$

$$f'(x) = -\left(e^{-x}\right)' \overset{\left(e^{F(x)}\right)' = e^{F(x)}F'(x)}{=} -e^{-x}(-x)' = e^{-x}$$

$$g'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Έστω (ε) η κοινή εφαπτομένη των γραφικών παραστάσεων C_f και C_g

Η (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $\mathrm{A}(x_1, f(x_1))$ και εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $\mathrm{B}(x_2, g(x_2))$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $\mathrm{A}(x_1, f(x_1))$ ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda = f'(x_1) \Leftrightarrow \lambda = e^{-x_1} \; (1)$

Η ευθεία (ε) θα έχει εξίσωση:

$$y - f(x_1) = f'(x_1)(x - x_1) \Leftrightarrow y - \left(-e^{-x_1}\right) = e^{-x_1}(x - x_1) \Leftrightarrow$$

$$y + e^{-x_1} = e^{-x_1}x - e^{-x_1}x_1 \Leftrightarrow y - e^{-x_1}x + e^{-x_1} + e^{-x_1}x_1 = 0$$

$$(\varepsilon): y - e^{-x_1}x + e^{-x_1} + e^{-x_1}x_1 = 0$$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $\mathrm{B}(x_2, g(x_2))$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda = g'(x_2) \Leftrightarrow \lambda = \dfrac{1}{x_2} \; (2)$

Απο τις σχέσεις $(1),(2)$ θα έχω:

$$e^{-x_1}=\frac{1}{x_2}\Leftrightarrow x_2=\frac{1}{e^{-x_1}}\overset{a^{-x}=\frac{1}{a^x},a\neq 0}{\Longleftrightarrow} x_2=\frac{1}{\frac{1}{e^{x_1}}}\Leftrightarrow x_2=e^{x_1}$$

$$\mathrm{B}\left(x_2,g\left(x_2\right)\right)\in\left(\varepsilon\right)\overset{(\varepsilon):y+e^{-x_1}x-e^{-x_1}-e^{-x_1}x_1=0}{\Longleftrightarrow} g\left(x_2\right)+e^{-x_1}x_2-e^{-x_1}-e^{-x_1}x_1=0\overset{g(x_2)=\ln x_2}{\Longleftrightarrow}$$

$$\ln x_2+e^{-x_1}x_2-e^{-x_1}-e^{-x_1}x_1=0\overset{x_2=e^{x_1}}{\Longleftrightarrow}\ln e^{x_1}+e^{-x_1}e^{x_1}-e^{-x_1}-e^{-x_1}x_1=0\overset{\ln\theta^{\kappa}=\kappa\ln\theta,\theta>0}{\Longleftrightarrow}$$

$$x_1\ln e+1-e^{-x_1}-e^{-x_1}x_1=0\overset{\ln e=1}{\Longleftrightarrow}x_1+1-e^{-x_1}\left(1+x_1\right)=0\Leftrightarrow\left(x_1+1\right)\left(1-e^{-x_1}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}1-e^{-x_1}=0\\ \acute{\eta}\\ x_1+1=0\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}e^{-x_1}=1\\ \acute{\eta}\\ x_1=-1\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}e^{-x_1}=e^0\\ \acute{\eta}\\ x_1=-1\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}-x_1=0\\ \acute{\eta}\\ x_1=-1\end{matrix}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{matrix}x_1=0\\ \acute{\eta}\\ x_1=-1\end{matrix}\right\}$$

Αν $x_1=-1$ *η εξίσωση της* (ε) *είναι*:

$$y-e^{-x_1}x+e^{-x_1}+e^{-x_1}x_1=0\Leftrightarrow y-e^{-(-1)}x+e^{-(-1)}-e^{-(-1)}=0\Leftrightarrow y-ex+e-e=0\Leftrightarrow$$

$$y-ex=0$$

Αν $x_1=0$ *η εξίσωση της* (ε) *είναι*:

$$y-e^{-0}x+e^{-0}+e^{-0}\bullet 0\Leftrightarrow y-x+1=0$$

4.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f\left(x\right)=x+\frac{4}{x}$ *και* $g\left(x\right)=-\frac{3}{2}x^2+ax+2$. *Να βρείτε για ποια τιμή του* $\alpha\in\mathbb{R}$ *η εφαπτομένη της* C_f *στο σημείο* $\mathrm{A}\left(1,f\left(1\right)\right)$ *είναι εφαπτόμενη και της* C_f

$$f'\left(x\right)=\left(x+\frac{4}{x}\right)'\overset{a^{-1}=\frac{1}{a},a\neq 0}{=}\left(x+4x^{-1}\right)'=\left(x\right)'+\left(4x^{-1}\right)'=1+4\left(-1\right)x^{-2}=$$

$$=1-\frac{4}{x^2}$$

$$g'\left(x\right)=\left(-\frac{3}{2}x^2+ax+2\right)'=\left(-\frac{3}{2}x^2\right)'+\left(ax\right)'+\left(2\right)'=-\frac{3}{2}\left(x^2\right)'+a\left(x\right)'=$$

$$-\frac{3}{2}2x+a\bullet 1=-3x+a$$

$\underline{\text{Έστω } (\varepsilon) \text{ είναι εφαπτομένη της } C_f \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{A}\big(1, f(1)\big) \text{ και}}$

$\underline{\text{εφαπτομένη της } C_g \text{ στο σημείο επαφής } \mathrm{B}\big(x_0, g(x_0)\big)}$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_f στο σημείο επαφής $\mathrm{A}\big(1, f(1)\big)$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι $\lambda = f'(1) = 1 - \frac{4}{1^2} = 1 - 4 = -3$

Οπότε η ευθεία (ε) θα έχει εξίσωση:

$y - f(1) = f'(1)(x-1) \overset{f(1)=5}{\Longleftrightarrow} y - 5 = -3(x-1) \Leftrightarrow y - 5 = -3x + 3$

$\Leftrightarrow y + 3x - 8 = 0$

$(\varepsilon): y + 3x - 8 = 0$

Επειδή (ε) είναι εφαπτομένη της C_g στο σημείο επαφής $\mathrm{B}\big(x_0, g(x_0)\big)$

ο συντελεστής της (ε) θα είναι:

$\lambda = g'(x_0) \Leftrightarrow -3x_0 + a = -3 \Leftrightarrow a = 3x_0 - 3 \, (1)$

$\mathrm{B}\big(x_0, g(x_0)\big) \in (\varepsilon) \overset{(\varepsilon): y+3x-8=0}{\Longleftrightarrow} g(x_0) + 3x_0 - 8 \overset{g(x_0) = -\frac{3}{2}x_0^2 + ax_0 + 2}{\Longleftrightarrow} -\frac{3}{2}x_0^2 + ax_0 + 2 + 3x_0 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow 2\left(-\frac{3}{2}x_0^2 + ax_0 + 3x_0 - 6\right) = 0 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 2ax_0 + 6x_0 - 12 = 0 \overset{a = 3x_0 - 3}{\Longleftrightarrow}$

$-3x_0^2 + 2(3x_0 - 3)x_0 + 6x_0 - 12 = 0 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0^2 - \cancel{6x_0} + \cancel{6x_0} - 12 = 0 \Leftrightarrow$

$3x_0^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 3\big(x_0^2 - 4\big) = 0 \Leftrightarrow x_0^2 - 4 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x_0 = \pm 2$

Αν $x_0 = -2$ τότε απο την σχέση (1) θα έχω:

$a = 3x_0 - 3 = 3(-2) - 3 = -6 - 3 = -9$

Αν $x_0 = 2$ τότε απο την σχέση (1) θα έχω:

$a = 3x_0 - 3 = 3 \bullet 2 - 3 = 6 - 3 = 3$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Να βρεθούν οι εξίσωση των κοινών εφαπτομένων των γραφικών παράστασεων των συναρτήσεων $f(x) = x^2 + 8$ και $g(x) = -x^2$

2.

Να βρεθούν οι εξίσωση των κοινών εφαπτομένων των γραφικών παράστασεων των συναρτήσεων $f(x) = -x^2 + 4$ και $g(x) = -x^2 + 8x - 20$

3.

$\text{Να δείξετε οτι η ευθεία } (\varepsilon): y = 4x - 4 \text{ είναι κοινή εφαπτομένη των } C_f \text{ και}$ $C_g, f, g \text{ συναρτήσεις με τύπους αντίστοιχα } f(x) = x^2 \text{ και } g(x) = -\dfrac{1}{x}$

4.

$\text{Δίνονται οι συναρτήσεις } f(x) = \dfrac{(e^x + e^{-x})^2}{2} \text{ και } g(x) = 4\sigma\upsilon\nu^2 \dfrac{x}{2} - x^2 - 2$ Τότε: (I) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της C_f στο σημείο $A(0, f(0))$ (II) Να αποδείξετε οτι η ευθεία (ε) εφάπτεται και στη C_g Υποδειξη: $\lvert\eta\mu x\rvert < \lvert x\rvert$ αν $x \neq 0$ $\eta\mu 2x = 2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x$

5.

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \kappa x^2 - 2\lambda x + \kappa$ και $g(x) = x^3 - x + \lambda$ Να βρείτε τις τιμές των κ, λ, ώστε η C_f, C_g να έχουν κοινή εφαπτομένη   στο σημείο τους με τετμημένη $x_0 = 1$

6.

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με: $f(x) = x^2$ και $g(x) = x^2 + 2x$ Να βρεθεί εφαπτομένη της C_f, η οποία εφάπτεται και στην C_g (κοινή   εφαπτομένη)

7.

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + \dfrac{32}{x^2} + \lambda$ και $g(x) = -x^2 + \lambda + 16$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.   (I) Να βρείτε τα κοινά σημεία Α, Β των C_f, C_g (II) Να αποδείξετε οτι οι C_f, C_g έχουν κοινή εφαπτομένη στα Α, Β   Υποδειξη: (I) $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty), D_g = \mathbb{R}$ $\left\{\begin{matrix} f(x) = g(x) \\ x \neq 0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} x^2 + \dfrac{32}{x^2} + \cancel{\lambda} = -x^2 + \cancel{\lambda} + 16 \\ x \neq 0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} 2x^4 - 16x^2 + 32 = 0 \\ x \neq 0 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2\left(x^4-8x^2+16\right)=0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x^2\right)^2-2\bullet 4\bullet x^2+4^2=0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x^2-4\right)^2=0 \\ x\neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4=0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 2$$

Αν $x=-2$ *έχω*: $f(-2)=(-2)^2+\dfrac{32}{(-2)^2}+\lambda=12+\lambda$

Αν $x=2$ *έχω*: $f(2)=2^2+\dfrac{32}{2^2}+\lambda=12+\lambda$

Ο*πότε έχω τα σημεία* $\mathrm{A}(2,12+\lambda),\mathrm{B}(-2,12+\lambda)$

$(\mathrm{II})\ f'(x)=\left(x^2+32x^{-2}\right)'=2x-64x^{-3},\ g'(x)=\left(-x^2+\lambda+16\right)'=-2x$

Α*ν* (ε) *η εφαπτομένη της* C_f *στο σημειο επαφής* $\mathrm{A}(2,12+\lambda)$.Τ*ότε η* (ε) *έχει εξίσωση*:

$y-12-\lambda=-4(x-2)$

Η (ε) *είναι εφαπτομένη της* C_g *στο σημείο επαφής* $\mathrm{M}(x_0,g(x_0))$ *όταν*:

$$\begin{cases} g'(x_0)=f'(2)=-4 \\ \mathrm{M}(x_0,g(x_0))\in(\varepsilon) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ g(2)-12-\lambda=4(x_0-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ g(2)=12+\lambda\,(\mathrm{I}\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota) \end{cases}$$

Α*ν* (η) *η εφαπτομένη της* C_f *στο σημειο επαφής* $\mathrm{B}(-2,12+\lambda)$.Τ*ότε η* (η) *έχει εξίσωση*:

$y-12-\lambda=4(x+2)$

Η (η) *είναι εφαπτομένη της* C_g *στο σημείο επαφής* $\mathrm{K}(x_1,g(x_1))$ *όταν*:

$$\begin{cases} f'(-2)=g'(x_1)=4 \\ \mathrm{K}(x_1,g(x_1))\in(\varepsilon) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ g(-2)-12-\lambda=4(x_1+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ g(-2)=12+\lambda\,(\mathrm{I}\sigma\chi\acute{\upsilon}\varepsilon\iota) \end{cases}$$

8.

Δ*ίνονται οι συναρτήσεις* f,g *με*:

$f(x)=-x^2$ *και* $g(x)=x^2-6x+5$

Ν*α βρείτε τις κοινές εφαπτομένες των* C_f *και* C_g