ΠΩΣ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ Ο ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΣΕ ΜΙΑ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ
$Έστω\ κανονική\ X\ με\ μέση\ τιμή\ \overline{x}\ και\ τυπική\ απόκλιση\ s$ $(\mathrm{I})\mathrm{T}ο\ 68\%\ των\ παραστηρήσεων\ του\ X\ βρίσκεται\ στο\ δάστημα$ $\left(\overline{x}-s,\overline{x}+s\right)$ $(\mathrm{II})\mathrm{T}ο\ 95\%\ των\ παραστηρήσεων\ του\ X\ βρίσκεται\ στο\ δάστημα$ $\left(\overline{x}-2s,\overline{x}+2s\right)$ $(\mathrm{III})\mathrm{T}ο\ 99,7\%\ των\ παραστηρήσεων\ του\ X\ βρίσκεται\ στο\ δάστημα$ $\left(\overline{x}-3s,\overline{x}+3s\right)$ $(\mathrm{I}V)\mathrm{H}\ παρατήρηση\ μ\ χωρίζει\ της\ παρατηρήσεις\ X\ σε\ δυο\ ίσα\ μέρη$ $δηλ.δ=\overline{x},δ=\Deltaιάμεσος$ $(V)R=6s,R=\mathrm{T}ο\ εύρος$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

Ο *χρόνος αναμονής των πολιτών σε μια δημόσια υπηρεσία ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή με μέση τιμή* $\bar{x} = 30$ *και τυπική απόκλιση* $s = 5$
Ν*α βρείτε το ποσοστό των πολιτών όταν ο χρόνος αναμονής ήταν*:
(I) *λιγότερο απο* 30 *λεπτά*
(II) *περισσότερο απο* 35 *λεπτά*
(III) *απο* 20 *εως* 45 *λεπτά*
(IV) *απο* 15 *εως* 40 *λεπτά*

(I) Τ*ο ποσοστό των όλων των πολιτών που περιμένει σε μια δημόσια υπηρεσία είναι* 100%.Η *διάμεσος* $\delta = \bar{x} = 30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη*.Ο*πότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής ήταν λιγότερο απο* 30 *λεπτά είναι* 50%

$(\mathrm{II})\ \overline{x}-s=30-5=25,\ \overline{x}+s=30+5=35$

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(\overline{x}-s,\overline{x}+s\right)=(25,35)$ *είναι* 68%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* 30 *είναι μέσο του διαστήματος* $(25,35)$ *τότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $(25,30)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $(30,35)$.Τ*ότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με* $\frac{68}{2}\%=34\%$ *γιατι το* 68% *έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη.*

Ο*πότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $(30,35)$ *είναι* 34%

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι περισσότερο απο* 35 *λεπτά* $=$

$$\begin{pmatrix}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής περισσότερο}\\ \text{των 30 λεπτών}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής είναι το}\\ \text{διάστημα } (30,35)\end{pmatrix}=$$

$=50-34=16\%$

$(\text{III})\ \overline{x}-2s=30-2\bullet 5=30-10=20,\ \overline{x}+2s=30+2\bullet 5=30+10=40$

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(\overline{x}-2s,\overline{x}+2s\right)=\left(20,40\right)$ *είναι* 95%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* 30 *είναι μέσο του διαστήματος* $\left(20,40\right)$ *τότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(20,30\right)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,40\right)$.Τ*ότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με* $\frac{95}{2}\%=47,5\%$ *γιατι το* 95% *έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη*.Ο*πότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(20,30\right)$ *είναι* 47,5%

$\overline{x}-3s=30-3\bullet 5=30-15=15,\ \overline{x}+3s=30+3\bullet 5=30+15=45$

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(\overline{x}-3s,\overline{x}+3s\right)=\left(15,45\right)$ *είναι* 99,7%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* 30 *είναι μέσο του διαστήματος* $\left(15,45\right)$ *τότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(15,30\right)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,45\right)$.Τ*ότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με* $\frac{99,7}{2}\%=48,85\%$ *γιατι το* 99,7% *έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη*.Ο*πότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,45\right)$ *είναι* 48,85%

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(20,45\right)=$

$$\begin{pmatrix}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής είναι το}\\ \text{διάστημα }(20,30)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής είναι το}\\ \text{διάστημα }(30,45)\end{pmatrix}=$$

$=47,5\%+48,85\%=96,35\%$

$(\mathrm{IV})\ \bar{x}-2s=30-2\bullet 5=30-10=20,\ \bar{x}+2s=30+2\bullet 5=30+10=40$

Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(\bar{x}-2s,\bar{x}+2s\right)=\left(20,40\right)$ *είναι* 95%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* 30 *είναι μέσο του διαστήματος* $\left(20,40\right)$ *τότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(20,30\right)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,40\right)$.Τ*ότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με* $\frac{95}{2}\%=47,5\%$ *γιατι το* 95% *έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη*.Ο*πότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,40\right)$ *είναι* 47,5%

$\bar{x}-3s=30-3\bullet 5=30-15=15,\ \bar{x}+3s=30+3\bullet 5=30+15=45$

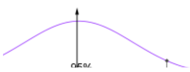
Το *ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(\bar{x}-3s,\bar{x}+3s\right)=\left(15,45\right)$ *είναι* 99,7%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=30$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* 30 *είναι μέσο του διαστήματος* $\left(15,45\right)$ *τότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(15,30\right)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα* $\left(30,45\right)$.

Τότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με $\frac{99,7}{2}\% = 48,85\%$ γιατι το $99,7\%$ έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη.Οπότε το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα $(15,30)$ είναι $48,85\%$

Το ποσοστό των πολιτών που ο χρόνος αναμονής είναι το διάστημα $(15,40) =$

$$\left(\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής είναι το}\\ \text{διάστημα } (15,30)\end{array}\right) + \left(\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των πολιτών που}\\ \text{χρόνος αναμονής είναι το}\\ \text{διάστημα } (30,40)\end{array}\right) =$$

$= 48,85\% + 47,5\% = 96,35\%$



2.

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος ακολουθούν κανονική κατανομή.
Αν το $47,5\%$ των παρατηρήσεων έχουν τιμή τουλάχιστον 4 αλλά το πολύ 6 να βρεθεί το εύρος του δείγματος

Τ*ο ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s\right)$ *είναι* 95%.Ε*πειδή η διάμεσος* $\delta=\bar{x}$ *χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το* $\bar{x}$ *είναι μέσο του διαστήματος* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s\right)$ *τότε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}\right)$ *είναι το ίδιο με το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα* $\left(\bar{x}, \bar{x}+2s\right)$.

Τ*ότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με* $\frac{95}{2}\%=47,5\%$ *γιατι το* 95% *έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη.*

Ο*πότε το ποσοστό των παρατητήσεων που βρίσκονται στο διάστημα* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}\right)$ *είναι* 47,5% *καθώς και το ποσοστό των παρατητήσεων που βρίσκονται στο διάστημα* $\left(\bar{x}, \bar{x}+2s\right)$ *είναι* 47,5%

Ε*πειδή το* 47,5% *των παρατηρήσεων έχουν τιμή τουλάχιστον* 4 *αλλά το πολύ* 6 *το* 47,5% *των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα* $\left(4,6\right)$

Σ*υνεπώς θα έχω* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}\right)=\left(4,6\right)$ *ή* $\left(\bar{x}, \bar{x}+2s\right)=\left(4,6\right)$

Α*ν* $\left(\bar{x}-2s, \bar{x}\right)=\left(4,6\right)$:

$$\left(\bar{x}-2s, \bar{x}\right)=\left(4,6\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} \bar{x}-2s=4 \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} 6-2s=4 \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} -2s=4-6 \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} -2s=-2 \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} s=\frac{-2}{-2} \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} s=1 \\ \bar{x}=6 \end{matrix}\right\}$$

Ο*πότε* $: R=6s=6 \bullet 1=6$

Α*ν* $\left(\bar{x}, \bar{x}+2s\right)=\left(4,6\right)$:

$$\left(\bar{x}, \bar{x}+2s\right)=\left(4,6\right) \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} \bar{x}+2s=6 \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} 4+2s=6 \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} 2s=6-4 \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} 2s=2 \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} s=\frac{-2}{-2} \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix} s=1 \\ \bar{x}=4 \end{matrix}\right\}$$

Ο*πότε* $: R=6s=6 \bullet 1=6$

3.

Ο *χρόνος* (*σε λεπτά*) *που χρειάστηκαν* 600 *υποψήφιοι ενός διαγωνισμού για να απαντήσουν στις ερωτήσεις του test ακολουθεί κανονική κατανομή*.Α*ν οι* 15 *υποψήφιοι χρειάστηκαν λιγότερο απο* 20 *λεπτά*, 96 *υποψήφιοι χρείστηκαν πάνω απο* 35 *λεπτά*.Ν*α βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση*

$\Sigma \upsilon\nu o\lambda\iota\kappa o\acute{\iota}\ \upsilon\pi o\psi\acute{\eta}\varphi\iota o\iota = 600$

Οι υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο λιγότερο απο 20 λεπτά $=15$

Το ποσοστό των υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο λιγότερο απο 20 λεπτά $=$

$$= \frac{\text{Οι υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο λιγότερο απο 20 λεπτά}}{\text{Συνολικοί υποψήφιοι}} =$$

$$= \frac{15:15}{600:15} = \frac{1 \bullet 25}{40 \bullet 25} = \frac{25}{1000} = 0,025 = 2,5\%$$

Οπότε το $2,5\%$ των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(0,20)$

Το ποσοστό των όλων των παρατηρήσων είναι 100%. Η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη. Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων $(0,\bar{x})$ (Γιατι οι παρατηρήσεις είναι θετικοί αριθμοί) είναι 50%

Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}-2s,\bar{x}+2s)$ είναι 95%. Επειδή η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το $\delta = \bar{x}$ είναι μέσο του διαστήματος $(\bar{x}-2s,\bar{x}+2s)$ τότε το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}-2s,\bar{x})$ είναι ίδιο με το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x},\bar{x}+2s)$. Τότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με $\frac{95}{2}\% = 47,5\%$ γιατι το 95% έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη. Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}-2s,\bar{x})$ είναι $47,5\%$

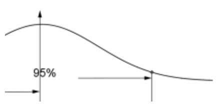
Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $\left(0,\bar{x}-2s\right)=$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων}\\ \text{που βρίσκονται στο}\\ \text{διάστημα } \left(0,\bar{x}\right)\end{array}}-\boxed{\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων}\\ \text{που βρίσκονται στο}\\ \text{διάστημα } \left(\bar{x}-2s,\bar{x}\right)\end{array}}=$$

$=50\%-47,5\%=2,5\%$

Επειδή σε καθένα απο διαστήματα $\left(0,\bar{x}-2s\right),\left(0,20\right)$ βρίσκεται $2,5\%$ των παρατηρήσεων ταυτίζω αυτά τα διαστήματα.Άρα θα έχω:

$\boxed{\bar{x}-2s=20}\left(1\right)$



$\Sigma\upsilon\nu o\lambda\iota\kappa o\acute{\iota}\ \upsilon\pi o\psi\acute{\eta}\varphi\iota o\iota = 600$

Οι υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο πάνω απο 35 λεπτά $= 96$

Το ποσοστό των υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο πάνω απο 35 λεπτά $=$

$$= \frac{\text{Οι υποψήφιοι που χρειάστηκαν χρόνο πάνω απο 35 λεπτά}}{\text{Συνολικοί υποψήφιοι}} =$$

$$= \frac{96:6}{600:6} = \frac{16}{100} = 0{,}16 = 16\%$$

Οπότε το 16% των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(35, +\infty)$

Το ποσοστό των όλων των παρατηρήσων είναι 100%.Η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη.Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων $(\bar{x}, +\infty)$ είναι 50%

Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ είναι 68%.Επειδή η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το $\delta = \bar{x}$ είναι μέσο του διαστήματος $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ τότε το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x})$ είναι ίδιο με το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}, \bar{x} + s)$.Τότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με $\frac{68}{2}\% = 34\%$ γιατι το 68% έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη. Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x}, \bar{x} + s)$ είναι 34%

Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(\bar{x} + s, +\infty) =$

$$\boxed{\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα } (\bar{x}, +\infty)} - \boxed{\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα } (\bar{x}, \bar{x} + s)} =$$

$$= 50\% - 34\% = 16\%$$

Επειδή $\sigma\varepsilon\ \kappa\alpha\theta\acute{\varepsilon}\nu\alpha\ \alpha\pi o\ \tau\alpha\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha\ \left(\overline{x}+s,+\infty\right),\left(35,+\infty\right)\ \beta\rho\acute{\iota}\sigma\kappa\varepsilon\tau\alpha\iota\ 16\%$ $\tau\omega\nu\ \pi\alpha\rho\alpha\tau\eta\rho\acute{\eta}\sigma\varepsilon\omega\nu\ \tau\alpha\upsilon\tau\acute{\iota}\zeta\omega\ \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\ \tau\alpha\ \delta\iota\alpha\sigma\tau\acute{\eta}\mu\alpha\tau\alpha.$ Άρα $\theta\alpha\ \acute{\varepsilon}\chi\omega:$

$$\boxed{\overline{x}+s=35}\ (2)$$

Απο $\tau\iota\varsigma\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\varepsilon\iota\varsigma\ (1),(2)\ \theta\alpha\ \acute{\varepsilon}\chi\omega:$

$$\left\{\begin{matrix}\overline{x}-2s=20\\ \overline{x}+s=35\end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix}\overline{x}-2s=20\\ 2\left(\overline{x}+s\right)=2\bullet 35\end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{matrix}\overline{x}-2s=20\\ 2\overline{x}+2s=70\end{matrix}\right\}(+)$$

$$\overline{x}-2s+2\overline{x}+2s=20+70$$

$$3\overline{x}=90 \Leftrightarrow \overline{x}=\frac{90}{3} \Leftrightarrow \overline{x}=30$$

Θέτω $\overline{x}=30\ \sigma\tau\eta\nu\ \sigma\chi\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ (2):$

$$\overline{x}+s=35 \overset{\overline{x}=30}{\Longleftrightarrow} 30+s=35 \Leftrightarrow s=35-30 \Leftrightarrow s=5$$

4.

Σε ένα δείγμα ν παρατηρήσεων οι οποίες ακολουθούν περίπου κανονική κατανομή η διάμεσος είναι 50 και το 16% των παρατηρήσεων είναι μικρότερο του 40.

(I) Να βρεθεί η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση του δείγματος

(II) Να εξετάσετε το δείγμα ως προς την ομοιογένεια

(III) Να βρείτε πόσο τουλάχιστον πρέπει να αυξηθούν όλες οι παρατηρήσεις ώστε το δείγμα που θα προκύψει να είναι ομοιογενές

$\left(\text{Υπόδειξη}: \delta = \bar{x} = 50, \bar{x} - s = 40\right)$

(I) Επειδή έχω κανονική κατανομή θα έχω:

$$\delta = \bar{x} \overset{\delta=50}{\Longleftrightarrow} \bar{x} = 50$$

Το ποσοστό των όλων των παρατηρήσων είναι 100%. Η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη. Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων που ανήκουν στο διάστημα $\left(-\infty, \bar{x}\right)$ είναι 50%

Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $\left(\bar{x} - s, \bar{x} + s\right)$ είναι 68%. Επειδή η διάμεσος $\delta = \bar{x}$ χωρίζει τον πληθυσμό σε δυο ίσα μέρη και το $\delta = \bar{x}$ είναι μέσο του διαστήματος $\left(\bar{x} - s, \bar{x} + s\right)$ τότε το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $\left(\bar{x} - s, \bar{x}\right)$ είναι ίδιο με το ποσοστό των παρατηρήσων που βρίσκονται στο διάστημα $\left(\bar{x}, \bar{x} + s\right)$

Τότε τα δυο ποσοστά θα είναι ίσα με $\frac{68}{2}\% = 34\%$ γιατι το 68% έχει χωριστεί σε δυο ίσα μέρη. Οπότε το ποσοστό των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα $\left(\bar{x}-s, \bar{x}\right)$ είναι 34%

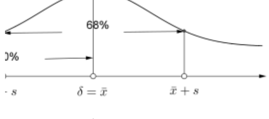
Το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $\left(-\infty, \bar{x}-s\right) =$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων}\\ \text{που βρίσκονται στο}\\ \text{διάστημα } \left(\bar{x}, +\infty\right)\end{array}} - \boxed{\begin{array}{l}\text{Το ποσοστό των παρατηρήσεων}\\ \text{που βρίσκονται στο}\\ \text{διάστημα } \left(\bar{x}, \bar{x}+s\right)\end{array}} =$$

$= 50\% - 34\% = 16\%$

Επειδή το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του $\bar{x}-s$ είναι 16% και το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες του 40 είναι 16% θα έχω $\bar{x}-s = 40$

$$\bar{x}-s = 40 \overset{\bar{x}=50}{\Longleftrightarrow} 50-s = 40 \Leftrightarrow -s = 40-50 \Leftrightarrow -s = -10 \Leftrightarrow s = 10$$



(II) Ο *συντελεστής μεταβλητότητας του δείγματος είναι* :

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{1\cancel{0}}{5\cancel{0}} = \frac{1 \bullet 2}{5 \bullet 2} = \frac{2}{10} = 0,2 > 0,1$$

Σ*υνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές ως προς την μέση τιμή*

(II) Θ*εωρώ το δείγμα* $y_i = x_i + c, c > 0$ *όπου* x_i *το αρχικό δείγμα*.Τ*ότε θα ισχύει* :

$$\bar{y} = \bar{x} + c = 50 + c, s_y = s = 10$$

Ο *συντελεστής μεταβλητότητας του δείγματος* $y_i, i = 1, 2, \bullet\bullet\bullet, \nu$ *θα είναι* :

$$CV_y = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{10}{50 + c}$$

Τ*ο δείγμα* $y_i, i = 1, 2, \bullet\bullet\bullet, \nu$ *για να είναι ομοιογενές ως προς την μέση τιμή του θα πρέπει να ισχύει* :

$$CV_y \le 0,1 \Leftrightarrow \frac{10}{50 + c} \le \frac{1}{10} \overset{\substack{50+c,10>0 \\ \text{Όταν πολλαπλασιάζω και τα} \\ \text{δυο μέλη μιας ανίσωσης} \\ \text{με θετικό αριθμό προκύπτει} \\ \text{ομόστροφη ανίσωση}}}{\Longleftrightarrow} 10\cancel{(50 + c)} \frac{10}{\cancel{50 + c}} \le \frac{1}{\cancel{10}} \cancel{10}(50 + c) \Leftrightarrow$$

$$100 \le 50 + c \Leftrightarrow -c \le 50 - 100 \Leftrightarrow -c \le -50 \overset{\substack{\text{Όταν διαιρώ και τα} \\ \text{δυο μέλη μιας ανίσωσης} \\ \text{με αρνητικό αριθμό προκύπτει} \\ \text{ετερόστροφη ανίσωση}}}{\Longleftrightarrow} \frac{-c}{-1} \ge \frac{-50}{-1} \Leftrightarrow c \ge 50$$

Σ*υνεπώς για να προκύψει ομοιογενές δείγμα θα πρέπει όλα τα στοιχεία του δείγματος να έχουν αυξηθεί τουλάχιστον κατά* 50 *μονάδες*

<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>

1.

Τ*ο* 50% *των παρατηρήσεων μιας κανονικής κατανομής είναι πάνω απο* 12 *και διασπορά αυτών είναι* 9.Ν*α βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή* :

(I) *κάτω απο* 9

(II) *τουλάχιστον* 18

(III) *μεταξύ* 9 *και* 18

2.

Οι χρόνοι (σε sec) που χρειάστηκαν να τρέξουν 400 μαθητές σε μια πόλη μια δεδομένη απόσταση, ακολουθούν περίπου την κανονική. Δέκα μαθητές έκαναν χρόνο το πολύ, 22 sec και 64 μαθητές, τουλάχιστον, 34 sec. Να βρείτε πόσοι μαθητές έκαναν χρόνο απο 26 sec έως 38 sec.

3.

Η κατανομή συχνοτήτων των σωλήνων που παράγει μια μηχανή ως προς το μήκος τους είναι περίπου κανονική. Έστω η δάμεσος των μηκών των σωλήνων έχουν μήκος $3m$ και το $2,5\%$ των σωλήνων έχουν μήκος πάνω απο $3,04m$

(I) Να βρείτε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση, το εύρος και το συντελεστή μεταβολής

(II) Το ποσοστό των σωλήνων που έχουν μήκος απο $2.96m$ έως $3,02m$

4.

Τα ύψη των μαθητών ενός σχολείου ακολουθούν κανονιική κατανομή Το $2,5\%$ των μαθητών έχει ύψος πάνω απο $180cm$, ενώ το 84% των μαθητών έχει ύψος το πολύ $170cm$.

(I) Να βρείτε τα $\overline{x}$ και s της κατανομής των υψών

(II) Αν οι μαθητές είναι 200, πόσοι είναι οι μαθητές με ύψος τουλάχιστον $140cm$

<u>Υπόδειξη</u>: $\overline{x}+2s=180, \overline{x}+s=170$

5.

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος ακολουθούν την κανονική κατανομή Αν το $49,85\%$ των παρατηρήσεων έχει τιμή τουλάχιστον 40, αλλά ως 55 τότε:

(I) Να βρείτε το εύρος

(II) Το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή απο 45 έως 55

(III) Αποδείξετε οτι η κατανομή δεν είναι ομοιογενής

<u>Υπόδειξη</u>: $\left(\overline{x}-3s, \overline{x}\right)=(40,55)$ ή $\left(\overline{x}, \overline{x}+3s\right)=(40,55)$