

ΔΕΙΓΜΑΤΟΧΩΡΟΣ

ΔΕΙΓΜΑΤΟΧΩΡΟΣ

Δειγματοχώρος Ω ενός πειράματος τύχης καλείται το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων τα οποία μπορούν να εμφανιστούν σε μια εκτέλεση του

Κάθε στοιχείο του δειγματοχώρου Ω καλείται απλό ή στοιχειώδες ενδεχόμενο

Κάθε υποσύνολο του δειγματοχώρου Ω με περισσότερα από ένα στοιχεία καλείται σύνθετο ενδεχόμενο

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ρίχνουμε ένα ζάρι και καταγράφουμε την ενδείξη της επάνω έδρας τότε ο δειγματοχώρος του πειράματος είναι :

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Τα στοιχειώδη ενδεχόμενα του πειράματος είναι :

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{2\}, A_3 = \{3\}, A_4 = \{3\}, A_5 = \{5\}, A_6 = \{5\}$$

Ένα σύνθετο ενδεχόμενο είναι :

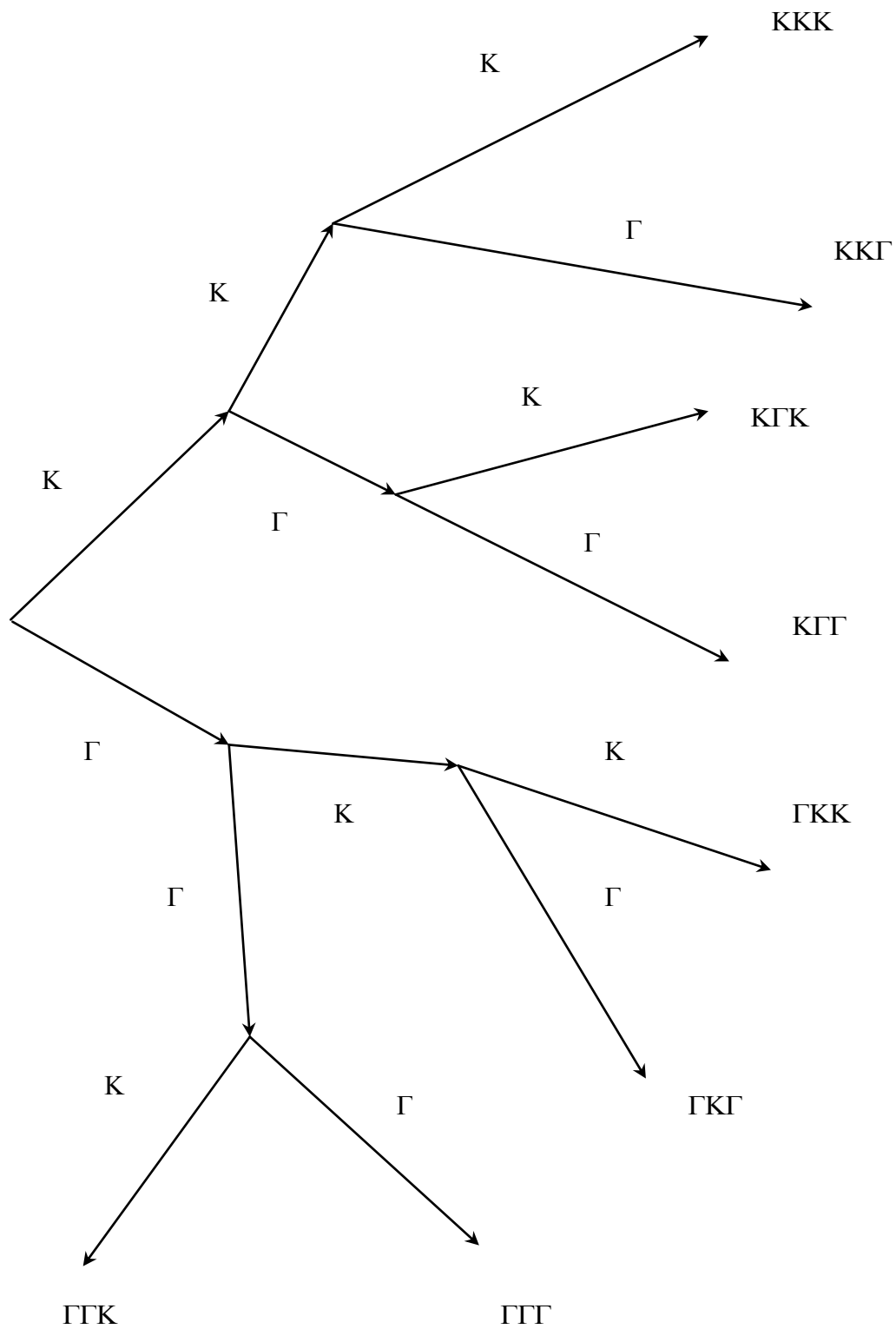
$$B = \{2, 4, 6\}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

Ας θεωρήσουμε το τυχαίο πείραμα της ρίψης ενός νομίσματος 3 φορές. Σημειώνοντας με "Κ" και "Γ" κεφαλή και γράμμα αντίστοιχα να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος

Το δεντροδιάγραμμα του πειράματος θα είναι :



Ο δειγματοχώρος του πειράματος θα είναι:

$$\Omega = \{ΚΚΚ, ΚΚΓ, ΚΓΚ, ΚΓΓ, ΓΚΚ, ΓΚΓ, ΓΓΚ, ΓΓΓ\}$$

2.

Ας θεωρήσουμε το τυχαίο πείραμα της ρίψης ενός νομίσματος μέχρις ότου φέρουμε για πρώτη φορά "γράμματα". Να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος

Αν κατά την 1^η φέρουμε γράμμα :

Αν κατά την 1^η ρίψη φέρουμε γράμμα το πείραμα έχει ολοκληρωθεί. Τότε θα έχω :

Αν κατά την 2^η φέρουμε πρώτη γράμμα :

Αν κατά την 2^η ρίψη φέρουμε πρώτη φορά γράμμα το πείραμα έχει ολοκληρωθεί. Τότε θα έχω : ΚΓ

Αν κατά την 3^η φέρουμε πρώτη γράμμα :

Αν κατά την 3^η ρίψη φέρουμε πρώτη φορά γράμμα το πείραμα έχει ολοκληρωθεί. Τότε θα έχω : ΚΚΓ

Αν κατά την 4^η φέρουμε πρώτη γράμμα :

Αν κατά την 4^η ρίψη φέρουμε πρώτη φορά γράμμα το πείραμα έχει ολοκληρωθεί. Τότε θα έχω : ΚΚΚΓ

.....

Αν κατά την n^{οστη} φέρουμε πρώτη γράμμα :

Αν κατά την n^{οστη} ρίψη φέρουμε πρώτη φορά γράμμα το πείραμα έχει ολοκληρωθεί. Τότε θα έχω : $\underbrace{\text{ΚΚΚ} \dots \text{ΚΚ}}_{(n-1)\text{-φορές}} \Gamma$

.....

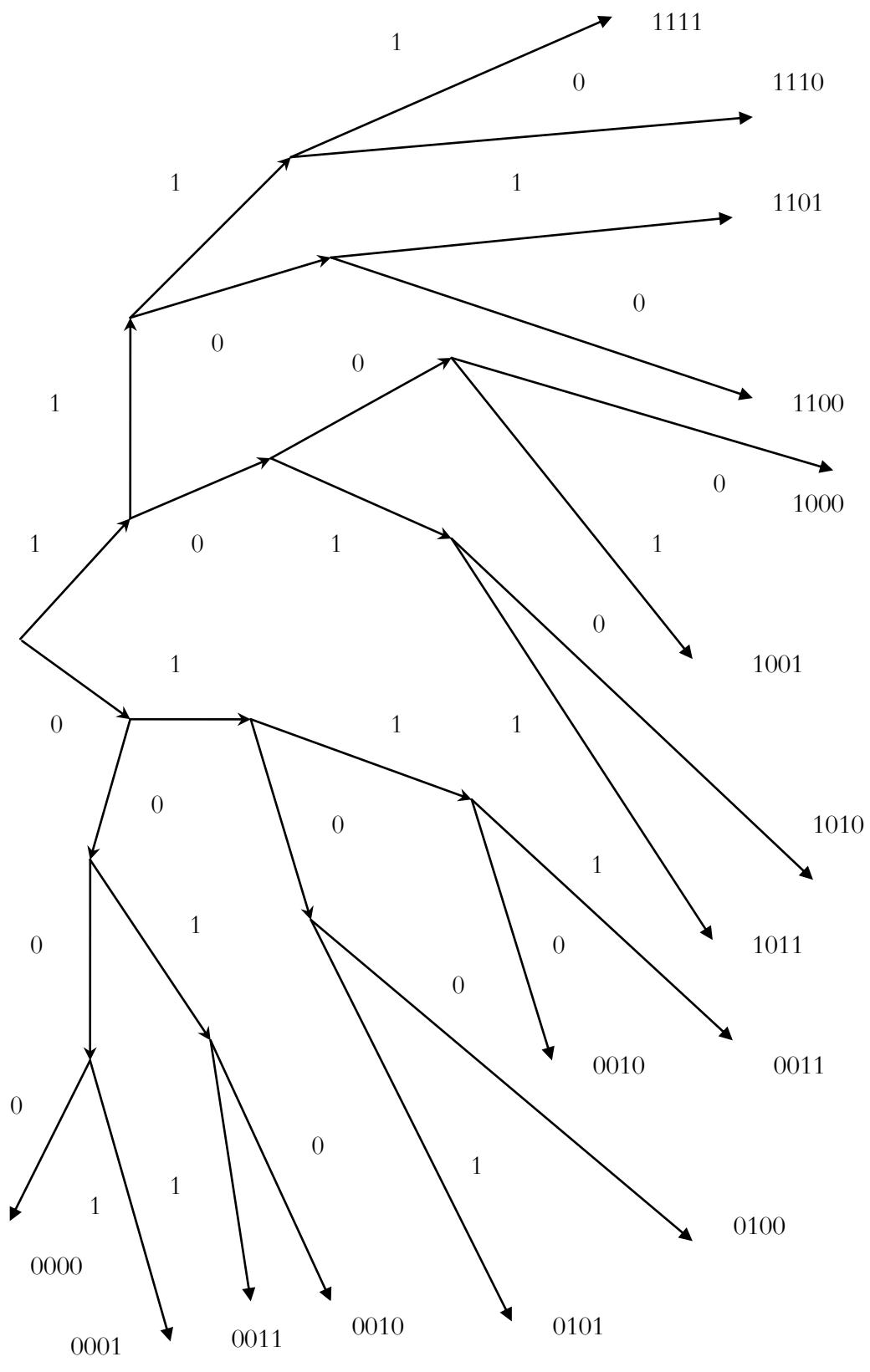
Το πείραμα μπορεί να επαναλαμβάνεται άπειρες φορές. Συνεπώς ο δειγματοχώρος είναι άπειρος !!!

$$\Omega = \left\{ \Gamma, \text{ΚΓ}, \text{ΚΚΓ}, \text{ΚΚΚΓ}, \dots, \underbrace{\text{ΚΚΚ} \dots \text{ΚΚ}}_{(n-1)\text{-φορές}} \Gamma, \dots \right\}$$

3.

Ας θεωρήσουμε ένα πομπό ο οποίος εκπέμπει τέσσερα δυαδικά ψηφία
Να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος

Το δέντροδιάγραμμα του πειράματος θα είναι :



Ο δειγματοχώρος του πειράματος θα είναι :

$$\Omega = \left\{ 1111, 1110, 1101, 1100, 1000, 1001, 1010, 1011, 0011, 0010, 0100, 0101, \right. \\ \left. , 0010, 0011, 0001, 0000 \right\}$$

4.

Απο ένα πληθυσμό στο οποίο η μικρότερη ηλικία γάμου είναι το 20 έτος, παίρνουμε κατά τρόπο τυχαίο ένα ανδρόγυνο και εξετάζουμε την ηλικία και των δυο.

(I) Να βρεθεί ο δειγματοχώρος του πειράματος

(II) Να παρασταθούν γεωμετρικά τα γεγονότα

$$A = \{ \text{Ο σύζυγος είναι της συζύγου} \}$$

$$B = \{ \text{Η διαφορά τους στην ηλικία είναι μεγαλύτερη από 5 χρόνια} \}$$

$$\Gamma = \{ \text{Η σύζυγος έχει ηλικία κάτω των 30 χρόνων} \}$$

$$\Delta = \{ \text{Η συνολική ηλικία του ζεύγους είναι κάτω από 60 χρόνια} \}$$

$$(I) \text{ Έστω } \left\{ \begin{array}{l} x : \text{Η ηλικία του συζύγου} \\ y : \text{Η ηλικία του συζύγου} \end{array} \right\}$$

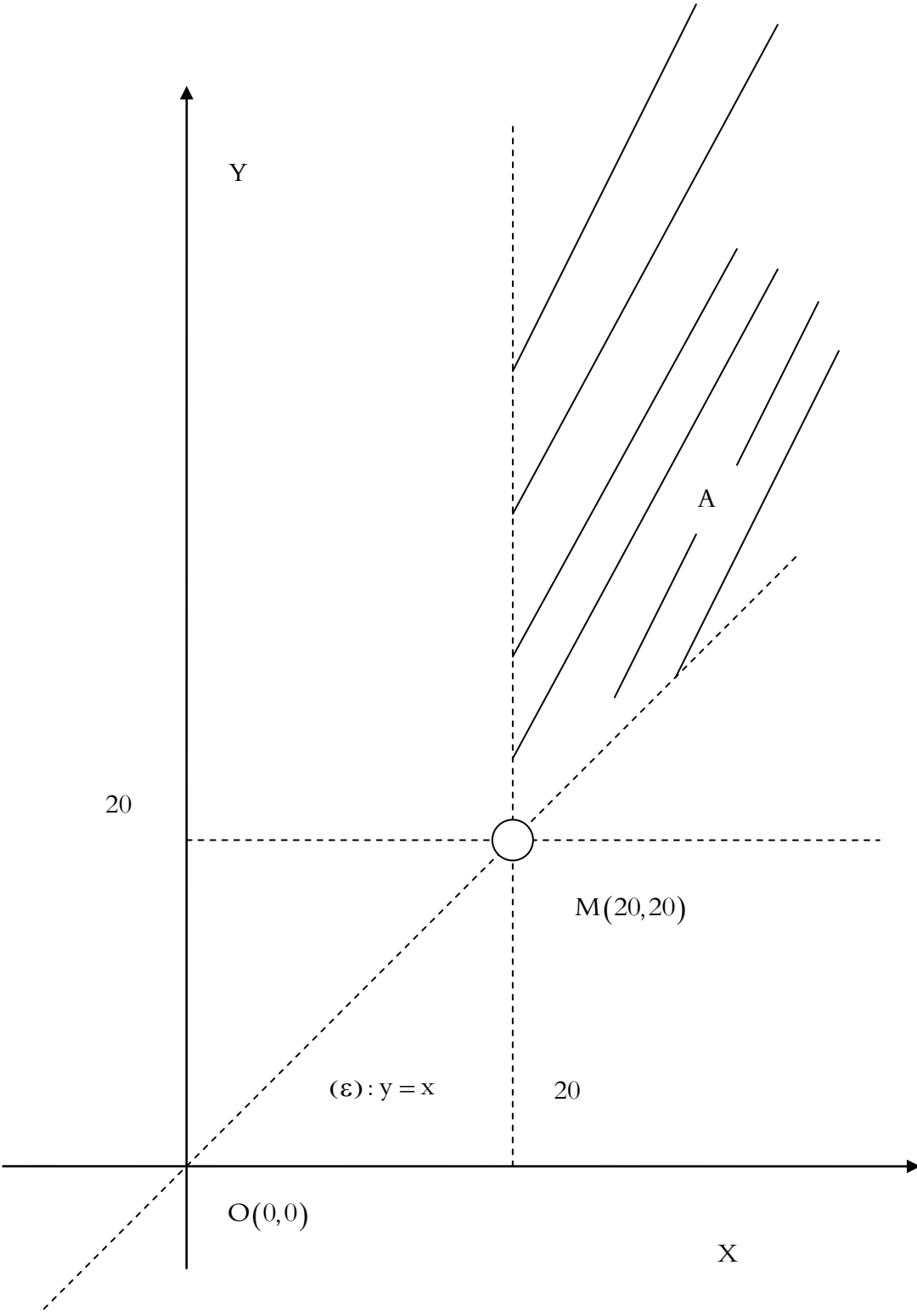
Τότε ο δειγματοχώρος θα είναι :

$$\Omega = \{ (x, y) : x \geq 20, y \geq 20 \}$$

$$(II) A = \{ \text{Ο σύζυγος είναι νεώτερος της συζύγου} \} =$$

$$\{ (x, y) : x \geq 20, y \geq 20, x < y \}$$

$$\text{Θεωρώ την ευθεία } (\varepsilon) : x = y$$



$$\begin{aligned}
 B &= \{ \text{Η διαφορά τους στην ηλικία είναι μεγαλύτερη από 5 χρόνια} \} = \\
 &= \{ (x, y) : x \geq 20, y \geq 20, |x - y| > 5 \} = \\
 &= \{ (x, y) : x \geq 20, y \geq 20, x - y > 5 \text{ ή } x - y < -5 \}
 \end{aligned}$$

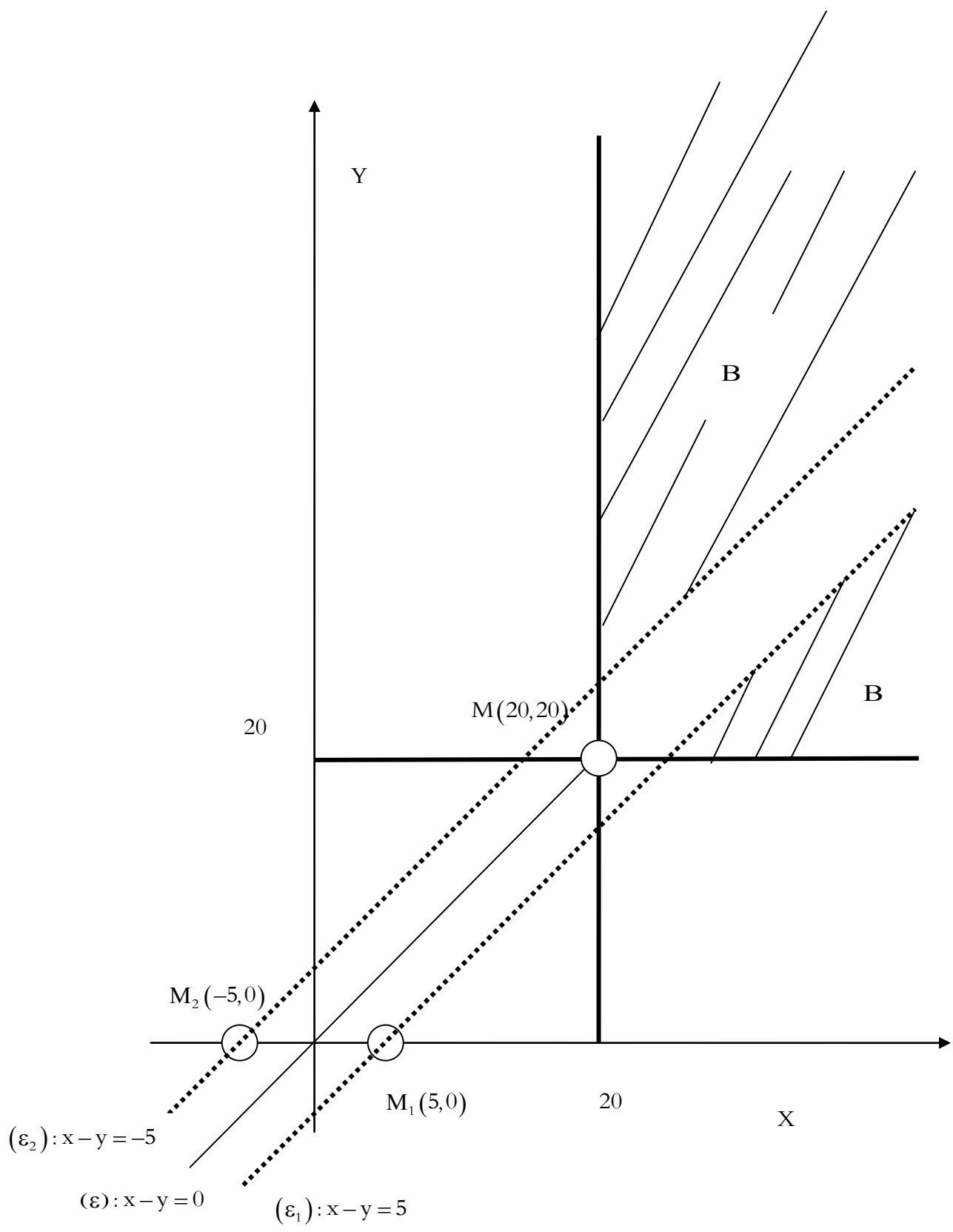
$$\boxed{|x| \geq \theta \Leftrightarrow (x \geq \theta \text{ ή } x \leq -\theta), \theta \geq 0}$$

Θεωρώ τις ευθείες :

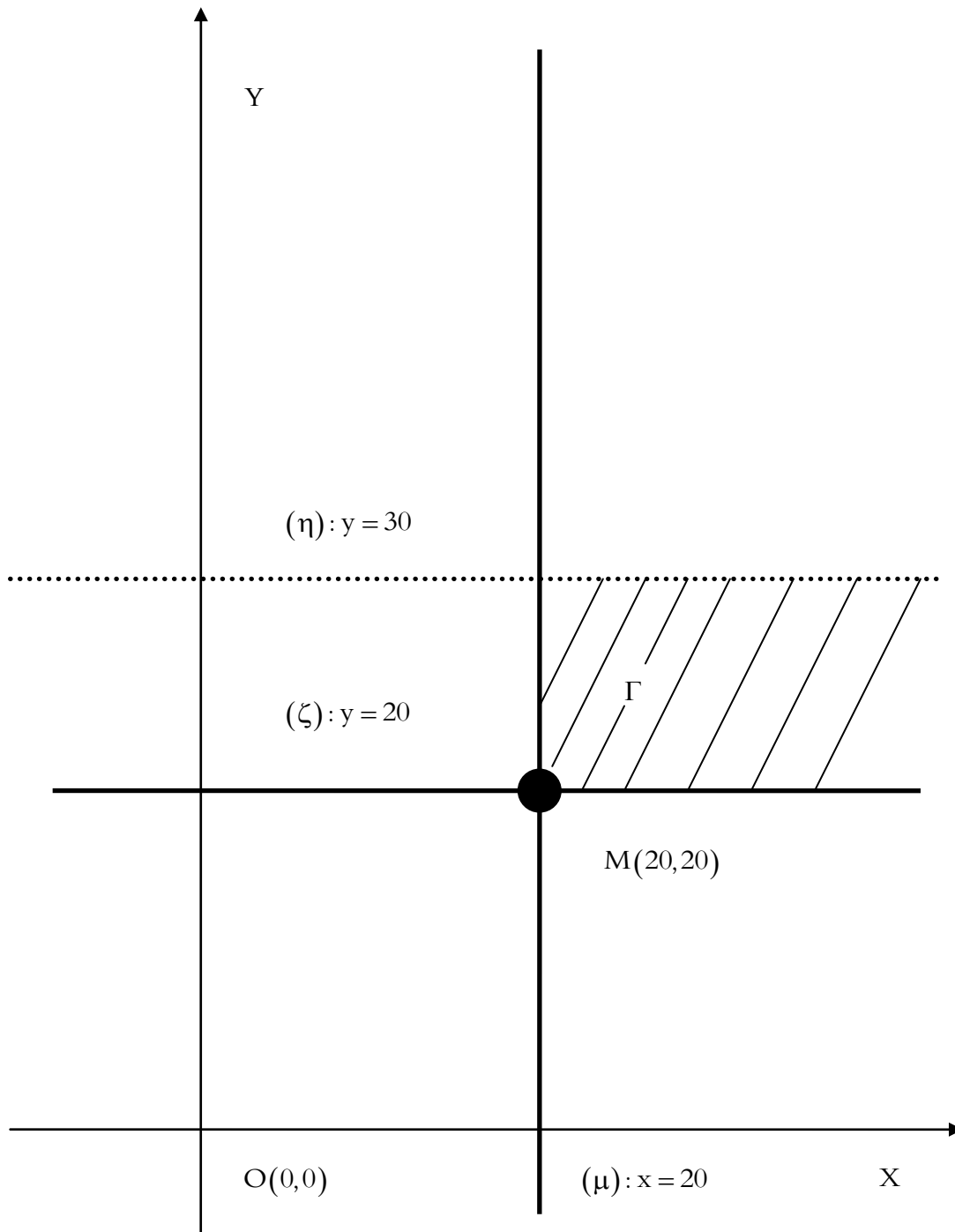
$$(\varepsilon_1) : x - y = 5, (\varepsilon_2) : x - y = -5$$

Θα παρατηρήσω ότι οι ευθείες $(\varepsilon) : x - y = 0, (\varepsilon_1) : x - y = -5$

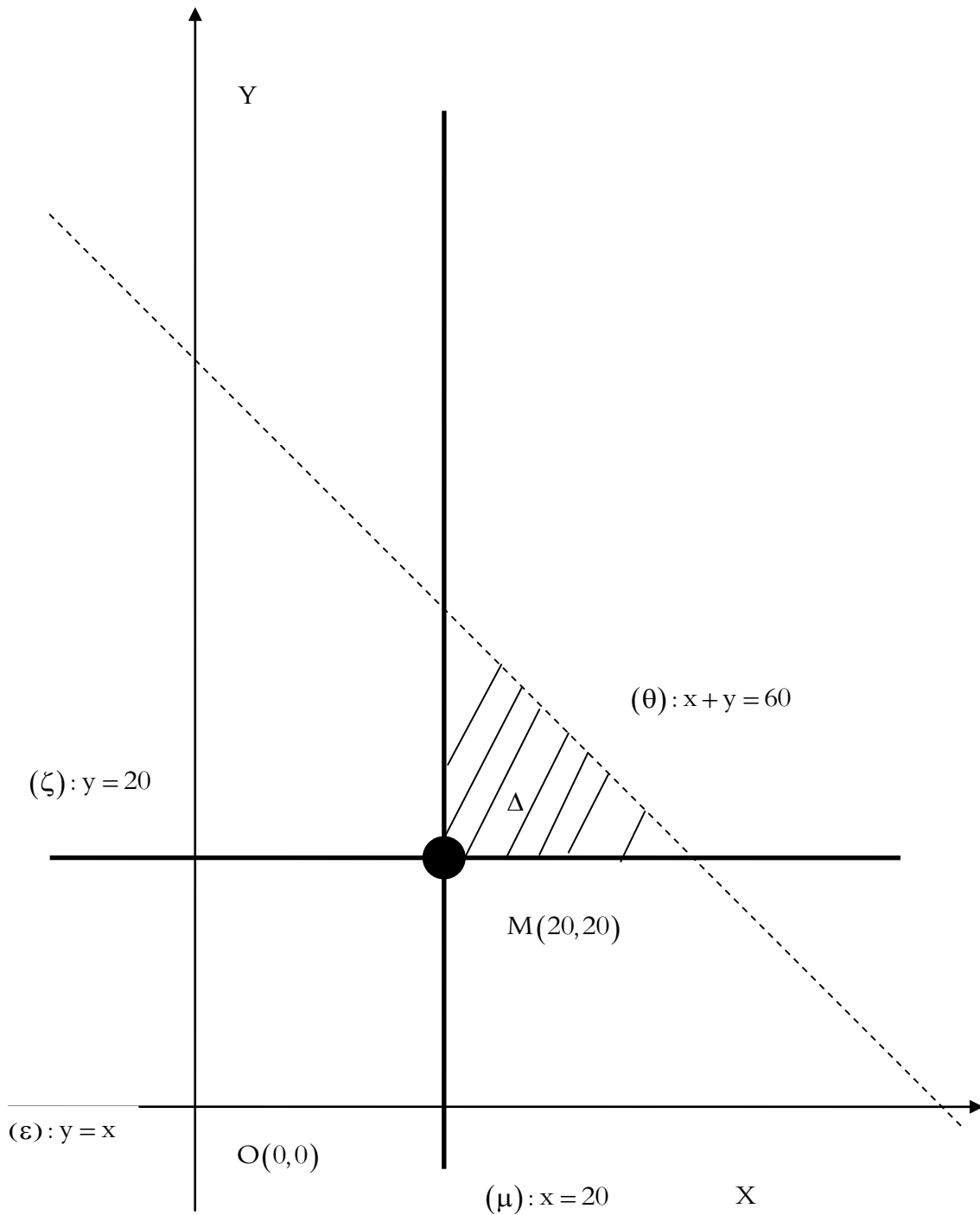
$(\varepsilon_2) : x - y = -5$ είναι μεταξύ τους παράλληλες



$$\Gamma = \{\text{Η σύζυγος έχει ηλικία κάτω των 30 χρονών}\} = \{(x, y) : x \geq 20, y \geq 20, y < 30\}$$



$$\Delta = \{ \text{Η συνολική ηλικία του ζεύγους είναι κάτω από 60 χρόνια} \} = \{ (x, y) : x \geq 20, y \geq 20, x + y < 60 \}$$



5.

Ρίχνεται ένα ζάρι και ένα νόμισμα ταυτόχρονα

(I) Ποιός είναι ο δειγματοχώρος του πειράματος ;;;

(II) Να βρεθούν τα γεγονότα του πειράματος

$A = \{ \text{Ένδειξη " κεφαλή" και πρώτος αριθμός} \}$

$B = \{ \text{Ένδειξη πρώτος αριθμός} \}$

$\Gamma = \{ \text{Ένδειξη " κεφαλή" και περιττός αριθμός} \}$

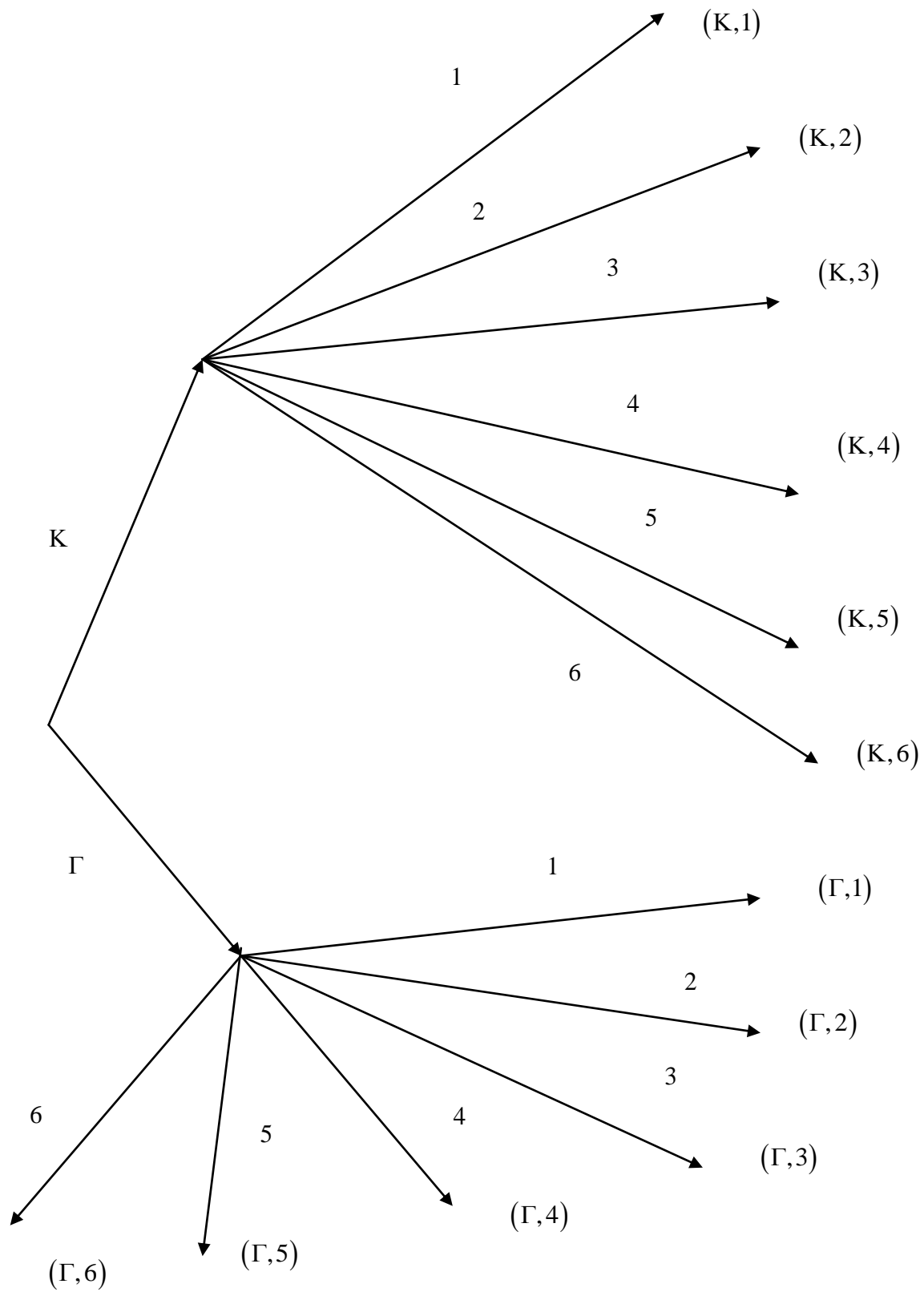
$\Delta = \{ \text{Ένδειξη " γράμματα" και άρτιος αριθμός} \}$

(I) $\Omega = \{ (x, y) : x \in \{ \mathbf{K}, \Gamma \}, y \in \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \}$

x : Η ένδειξη του νομίσματος

y : Η ένδειξη του ζαριου

Το δεντροδιάγραμμα του πειράματος θα είναι :



$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (K,1), (K,2), (K,3), (K,4), (K,5), (K,6), (\Gamma,1), (\Gamma,2) \\ , (\Gamma,3), (\Gamma,4), (\Gamma,5), (\Gamma,6) \end{array} \right\}$$

$$(II) A = \{ \text{Ένδειξη " κεφαλή" και πρώτος αριθμός} \} =$$

$$= \{ (K, y) : y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, y \text{ πρώτος} \} =$$

$$\{ (K, y) : y \in \{2, 3, 5\} \} = \{ (K, 2), (K, 3), (K, 5) \}$$

$$B = \{ \text{Ένδειξη πρώτος αριθμός} \} =$$

$$= \{ (x, y) : x \in \{K, \Gamma\}, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, y \text{ πρώτος} \} =$$

$$= \{ (x, y) : x \in \{K, \Gamma\}, y \in \{2, 3, 5\} \} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (K,1), (K,2), (K,3), (K,4), (K,5), (K,6), (\Gamma,1), (\Gamma,2) \\ , (\Gamma,3), (\Gamma,4), (\Gamma,5), (\Gamma,6) \end{array} \right\}$$

$$\Gamma = \{ \text{Ένδειξη " κεφαλή" και περιττός αριθμός} \} =$$

$$= \{ (K, y) : y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, y \text{ περιττός αριθμός} \} =$$

$$= \{ (K, y) : y \in \{1, 3, 5\} \} =$$

$$= \{ (K, 1), (K, 3), (K, 5) \}$$

$$\Delta = \{ \text{Ένδειξη " γράμματα" και άρτιος αριθμός} \} =$$

$$= \{ (\Gamma, y) : y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, y \text{ άρτιος αριθμός} \} =$$

$$= \{ (\Gamma, y) : y \in \{2, 4, 6\} \} = \{ (\Gamma, 2), (\Gamma, 4), (\Gamma, 6) \}$$