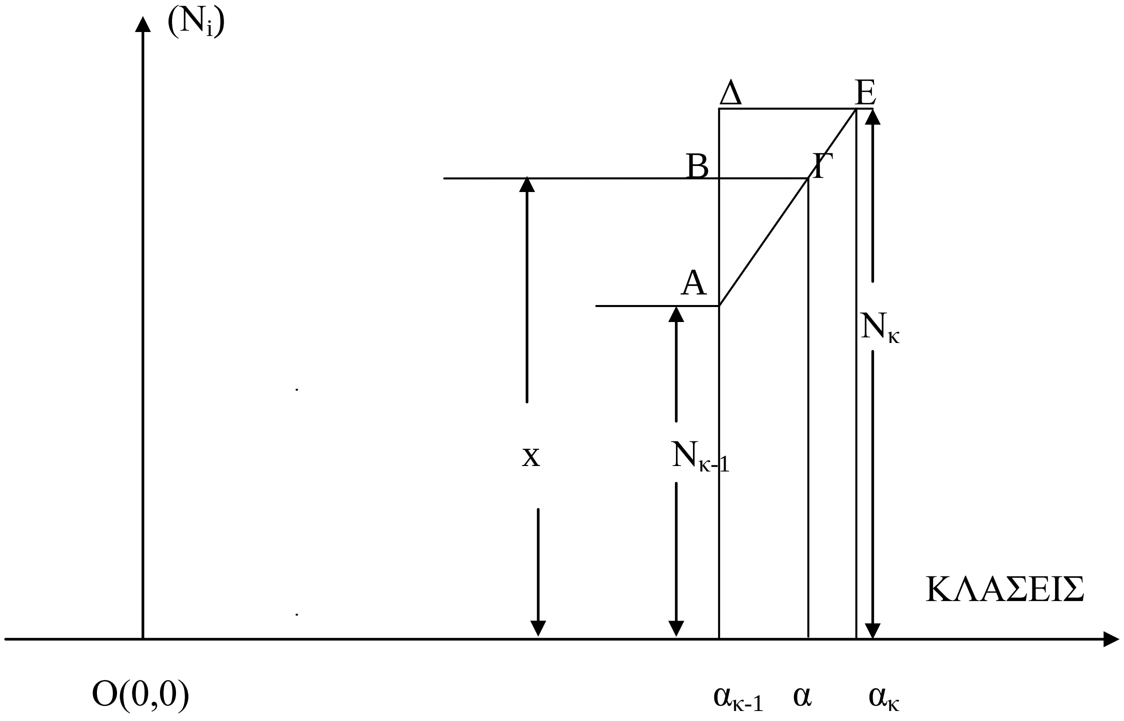
Πως βρω το πλήθος των στοιχείων που είναι το πολύ α όπου α είναι εσωτερικό σημείο μιας κλάσης σε μια συνεχή κατανομή

(Ι)Κατασκευάζω το ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων
(ΙΙ)Έστω το στοιχείο α είναι εσωτερικό σημείο της κλάσης $[\alpha_{\kappa-1},\alpha_\kappa)$
(ΙΙΙ)Το πλήθος των στοιχείων που είναι το πολύ α είναι x



$\textit{Έχω}: \mathrm{A}(\alpha_{\kappa-1},\mathrm{N}_{\kappa-1}),\mathrm{E}(\alpha_\kappa,\mathrm{N}_\kappa),\Delta(\alpha_{\kappa-1},\mathrm{N}_\kappa)$

Φέρνω την κάθετο στον άξονα των κλάσεων στο σημέο $(\alpha,0)$ *που τέμνει την ευθεία* ΑΕ *στο* Γ.Α*πο το* Γ *φέρνω την παράλληλο προς την άξονα των κλάσεων που τέμνει την* ΑΔ *στο* Β.Τ*ότε ισχύει* $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}} \approx \overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta E}}$ *γιατί* :

$$\left\{\begin{array}{l}(\mathrm{I})\,\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \Delta\hat{\mathrm{A}}\mathrm{E}\,(\Omega\varsigma\ \textit{κοινή γωνία}) \\ (\mathrm{II})\,\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{E}\,(\Omega\varsigma\ \textit{ορθές})\end{array}\right\}$$

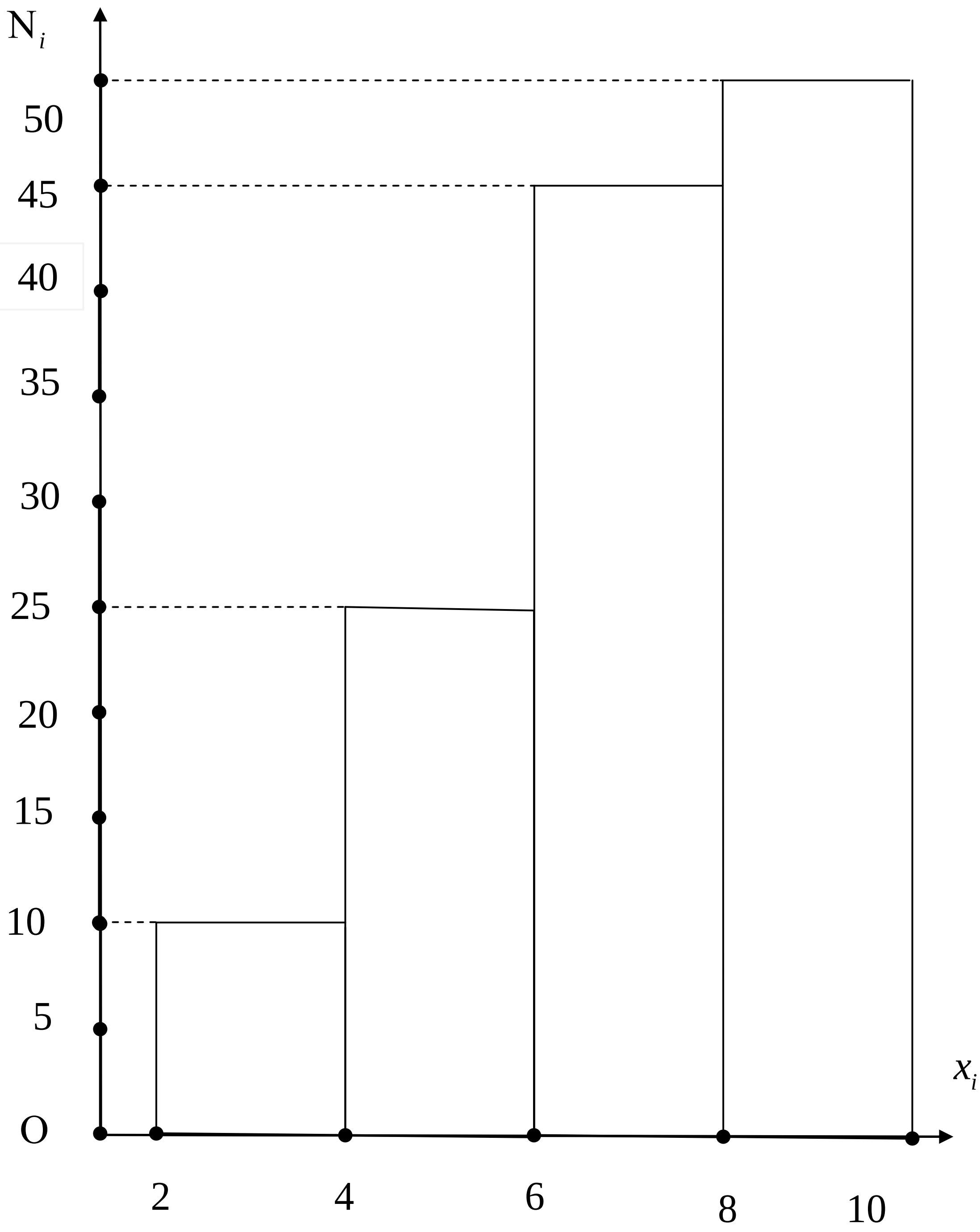
Ο*πότε απο το λόγο ομοιότητας των όμοιων τριγώνων* $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}} \approx \overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta E}}$ *θα έχω*:

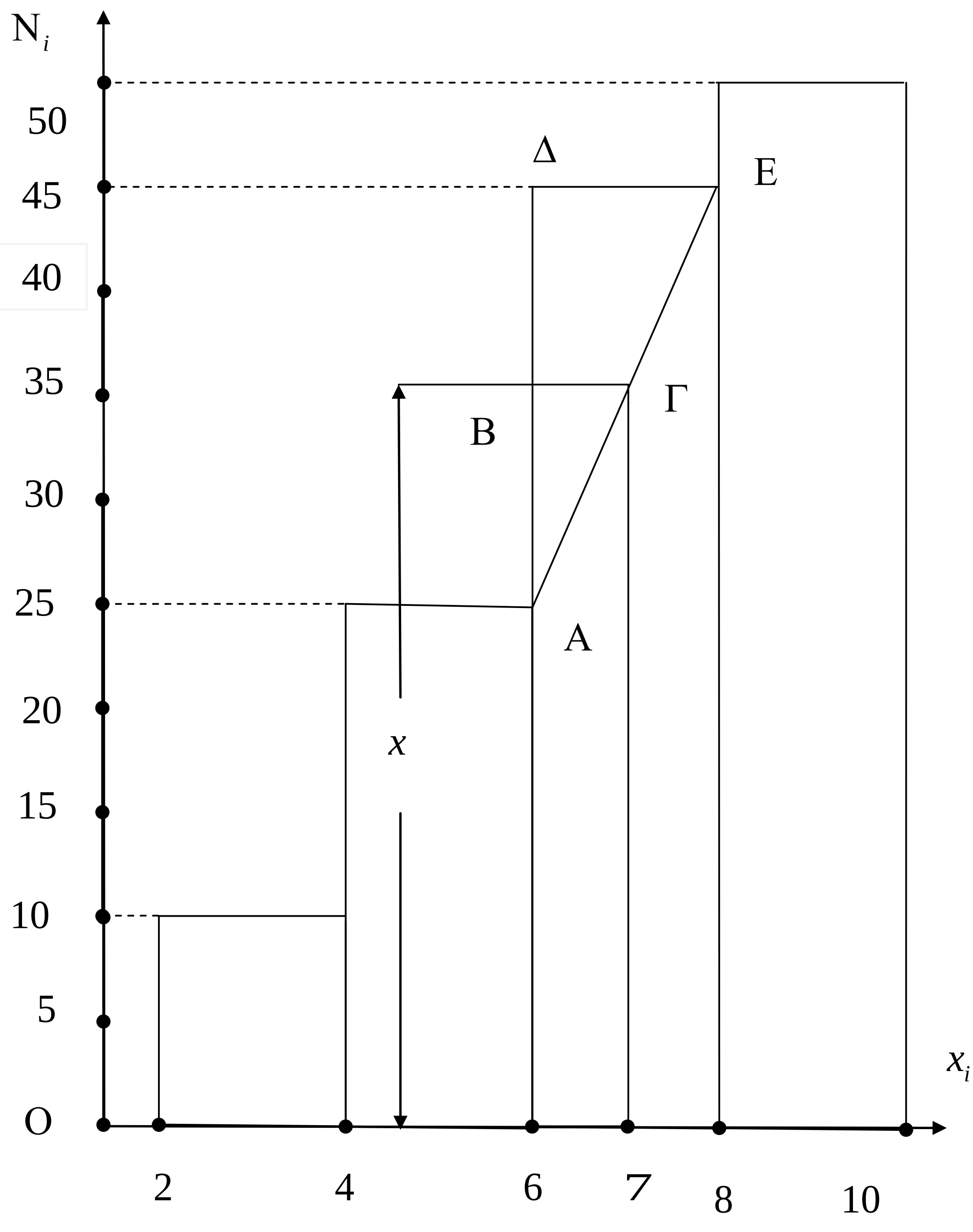
$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A\Delta}} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\Delta\mathrm{E}} \Leftrightarrow \frac{x-\mathrm{N}_{\kappa-1}}{\mathrm{N}_\kappa-\mathrm{N}_{\kappa-1}} = \frac{\alpha-\alpha_{\kappa-1}}{\alpha_\kappa-\alpha_{\kappa-1}} \Leftrightarrow \Pi\textit{ροσδιορίζω το } x$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

Στο παρακάτω ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων φαίνεται η βαθμολογία των φοιτητών ενός τμήματος του Πανεπιστημίου στο μάθημα της Στατιστικής. Τα δεδομένα έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους.Ποιό είναι το πλήθος των φοιτητών που έχουν βαθμολογία το πολύ 7




N_i
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
O
Δ
E
Γ
B
A
x
x_i
2
4
6
7
8
10

Έστω το πλήθος των φοιτητών που έχουν βαθμολογία το πολύ 7 *είναι x.*

Έχω $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}} \approx \overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta E}}$ *γιατί* :

$$\left\{\begin{array}{l}(\mathrm{I})\,\mathrm{B}\hat{\mathrm{A}}\Gamma = \Delta\hat{\mathrm{A}}\mathrm{E}\left(\Omega\varsigma\ \textit{κοινή γωνία}\right)\\ (\mathrm{II})\,\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\Gamma = \mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{E}\left(\Omega\varsigma\ \textit{ορθές}\right)\end{array}\right\}$$

Ο*πότε απο το λόγο ομοιότητας των όμοιων τριγώνων* $\overset{\Delta}{\mathrm{AB\Gamma}} \approx \overset{\Delta}{\mathrm{A\Delta E}}$ *θα έχω*:

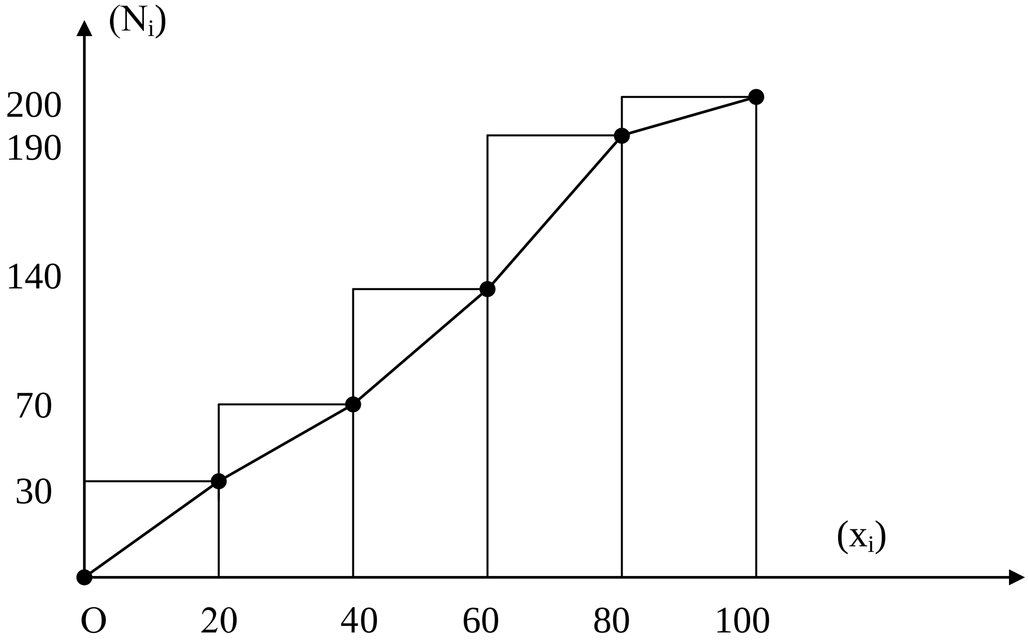
$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{A\Delta}}=\frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{\Delta E}} \Leftrightarrow \frac{x-25}{45-25}=\frac{7-6}{8-6} \Leftrightarrow \frac{x-25}{20}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\bullet\frac{x-25}{10}=\cancel{\frac{1}{2}}\bullet 1$$

Α*ν* $\gamma\neq 0$ *τότε ισχύει ο νόμος της διαγραφής*: $\alpha\bullet\gamma=\beta\bullet\gamma\Leftrightarrow\alpha=\beta$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x-25}{10}=1 \Leftrightarrow x-25=10 \Leftrightarrow x=35$$

2.

Το παρακάτω σχήμα παριστάνει το ιστόγραμμα συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων της βαθμολογίας των γραπτών ν μαθημάτων στο μάθημα των μαθηματικών



I) Να βρεθεί το πλήθος των γραπτών
II) Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις αθροιστικές συχνότητες και σχετικές αθροιστικές συχνότητες
III) Να βρείτε το πλήθος των γραπτών με βαθμολογία ≥ 70

<u>ΑΠΟΔΕΙΞΗ</u>

I)

ν_i: Συχνότητα της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$: Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται τα στοιχεία της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$ N_i : Αθροιστική συχνότητα της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$: Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται όλα τα στοιχεία που ανήκουν σε μια από τις κλάσεις $[\alpha_0, \alpha_1)$, $[\alpha_2, \alpha_3)$, . . . , $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$
$N_1 = \nu_1$, $N_i = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_i$, $N_\kappa = \nu_{o\lambda}$
$N_1 = \nu_1$, $N_i = N_{i-1} + \nu_i$, $N_\kappa = \nu_{o\lambda}$
$N_1 = \nu_1$, Νέο N = Προηγούμενο N + Νέο ν , $N_\kappa = \nu_{o\lambda}$

Έχω: $N_\kappa = \nu_{o\lambda} \Longleftrightarrow \nu_{o\lambda} = 200$

II)

ΚΛΑΣΕΙΣ	Ni
[0,20)	30
[20,40)	70
[40,60)	140
[60,80)	190
[80,100)	200
ΣΥΝΟΛΟ	–

F_i : Σχετική αθροιστική συχνότητα της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$ F_i % : Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται όλα τα στοιχεία που ανήκουν σε μια από τις κλάσεις $[\alpha_0, \alpha_1)$, $[\alpha_2, \alpha_3)$, . . . , $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$ όταν ο πληθυσμός είναι 100: Εκφράζει το ποσοστο των στοιχείων που ανήκουν σε μια από τις κλάσεις $[\alpha_0, \alpha_1)$, $[\alpha_2, \alpha_3)$, . . . , $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$
F_i % = F_i 100 = Πολλαπλασιάζω το F_i με το 100 και όλο αυτό είναι εκφρασμένο επί τοις εκατό = Μεταφέρω την υποδιαστολή του F_i δυο θέσεις προς τα δεξιά 100 και όλο αυτό είναι εκφρασμένο επί τοις εκατό
N_i : Αθροιστική συχνότητα της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$: Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται όλα τα στοιχεία που ανήκουν σε μια από τις κλάσεις $[\alpha_0, \alpha_1)$, $[\alpha_2, \alpha_3)$, . . . , $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$
$F_i = \dfrac{N_i}{\nu_{o\lambda}}$, $N_i = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_i$ N_i : Αθροιστική συχνότητα της κλάσης $[\alpha_{i-1}, \alpha_i)$

$$F_1 = \frac{N_1}{\nu_{o\lambda}} = \frac{30}{200} = 0{,}15$$

F_1 % = F_1 100 = 0,15 • 100 = 15%

$$F_2 = \frac{N_2}{\nu_{o\lambda}} = \frac{70}{200} = 0,35$$

$F_2\ \% = F_2\ 100 = 0,35 \bullet 100 = 35\%$

$$F_3 = \frac{N_3}{\nu_{o\lambda}} = \frac{140}{200} = 0,7$$

$F_3\ \% = F_3\ 100 = 0,7 \bullet 100 = 70\%$

$$F_4 = \frac{N_4}{\nu_{o\lambda}} = \frac{190}{200} = 0,95$$

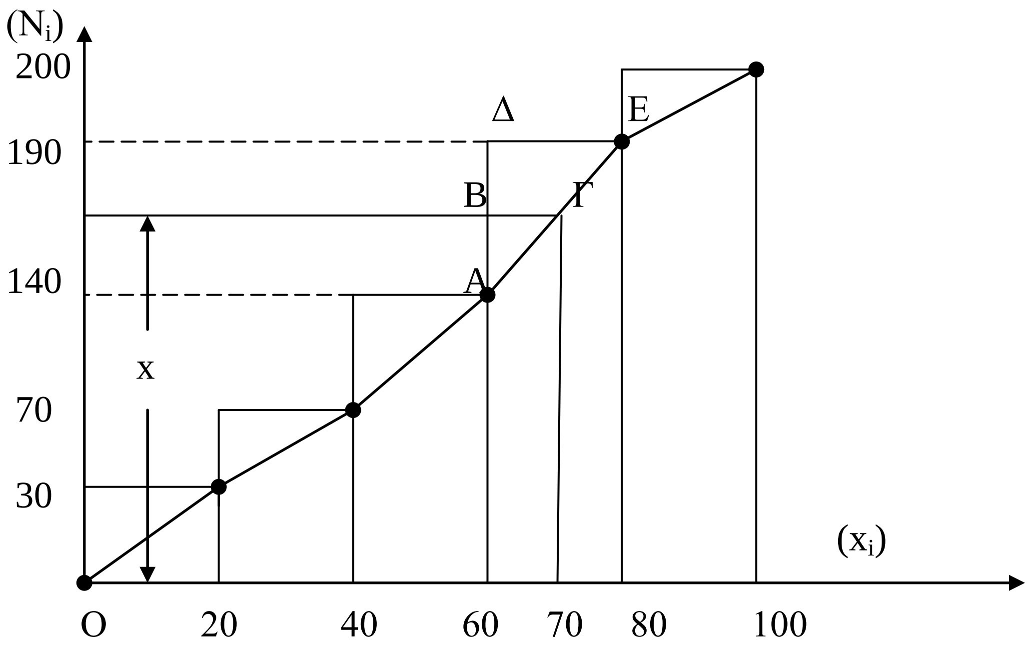
$F_4\ \% = F_4\ 100 = 0,95 \bullet 100 = 95\%$

$$F_5 = \frac{N_5}{\nu_{o\lambda}} = \frac{200}{200} =$$

$F_5\ \% = F_5\ 100 = 1 \bullet 100 = 100\%$

ΚΛΑΣΕΙΣ	F_i	$F_i\%$
[0,20)	0,15	15
[20,40)	0,35	35
[40,60)	0,7	70
[60,80)	0,95	95
[80,100)	1	100
ΣΥΝΟΛΟ	–	–

III)



Έστω το πλήθος των των γραπτών με βαθμολογία μικρότερη του 70 *είναι x.*

Έχω $\overset{\Delta}{AB\Gamma} \approx \overset{\Delta}{A\Delta E}$ *γιατί* :

$$\left\{\begin{array}{l} (\mathrm{I})\, B\hat{A}\Gamma = \Delta\hat{A}E\,(\Omega\varsigma\ \textit{κοινή γωνία}) \\ (\mathrm{II})\, A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Delta}E\,(\Omega\varsigma\ \textit{ορθές}) \end{array}\right\}$$

Ο*πότε απο το λόγο ομοιότητας των όμοιων τριγώνων* $\overset{\Delta}{AB\Gamma} \approx \overset{\Delta}{A\Delta E}$ *θα έχω*:

$$\frac{AB}{A\Delta} = \frac{B\Gamma}{\Delta E} \Leftrightarrow \frac{x-140}{190-140} = \frac{70-60}{80-60} \Leftrightarrow \frac{x-140}{50} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \bullet \frac{x-140}{25} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{2}} \bullet 1$$

Α*ν* $\gamma \neq 0$ *τότε ισχύει ο νόμος της διαγραφής*: $\alpha \bullet \gamma = \beta \bullet \gamma \Leftrightarrow \alpha = \beta$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x-140}{25} = 1 \Leftrightarrow x-140 = 25 \Leftrightarrow x = 165$$

Το *πλήθος των γραπτών με βαθμολογία μεγαλύτερη ή ίση του* 70 *θα είναι*:

$$\boxed{\begin{array}{l}\Sigma\textit{υνολικός αριθμός} \\ \textit{γραπτών}\end{array}} - \boxed{\begin{array}{l}\text{Το } \textit{πλήθος των γραπτών με βαθμολογία} \\ \textit{μικρότερη του } 70\end{array}} =$$

$= 200 - 165 = 35$