

Πως εργάζομαι για να κατασκευάσω το ραβδόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων σε μια διακριτή κατανομή

x_i	v_i	N_i
x_1	v_1	$N_1 = v_1$
x_2	v_2	N_2
\vdots	\vdots	\vdots
x_{k-1}	v_{k-1}	N_{k-1}
x_k	v_k	$N_k = v_{ολ}$
ΣΥΝΟΛΟ	$v_{ολ} = v_1 + v_2 + \dots + v_k$	—

v_i : Συχνότητα του x_i : Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται το x_i

N_i : Αθροιστική συχνότητα του x_i : Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται όλα τα στοιχεία που είναι μικρότερα ή ίσα του x_i

$$N_1 = v_1, N_i = v_1 + v_2 + \dots + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, N_i = N_{i-1} + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, \text{Νέο } N = \text{Προηγούμενο } N + \text{Νέο } v, N_k = v_{ολ}$$

Σε κάθε x_i φέρνω ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στον οριζόντιο άξονα και πάνω από τον οριζόντιο άξονα έτσι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος να είναι ίσο με N_i Όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που έχω δημιουργήσει αποτελούν το ραβδόγραμμα αθροιστικών των συχνοτήτων

Για κάθε x_i κατασκευάζω το σημείο $A_i(x_i, N_i)$

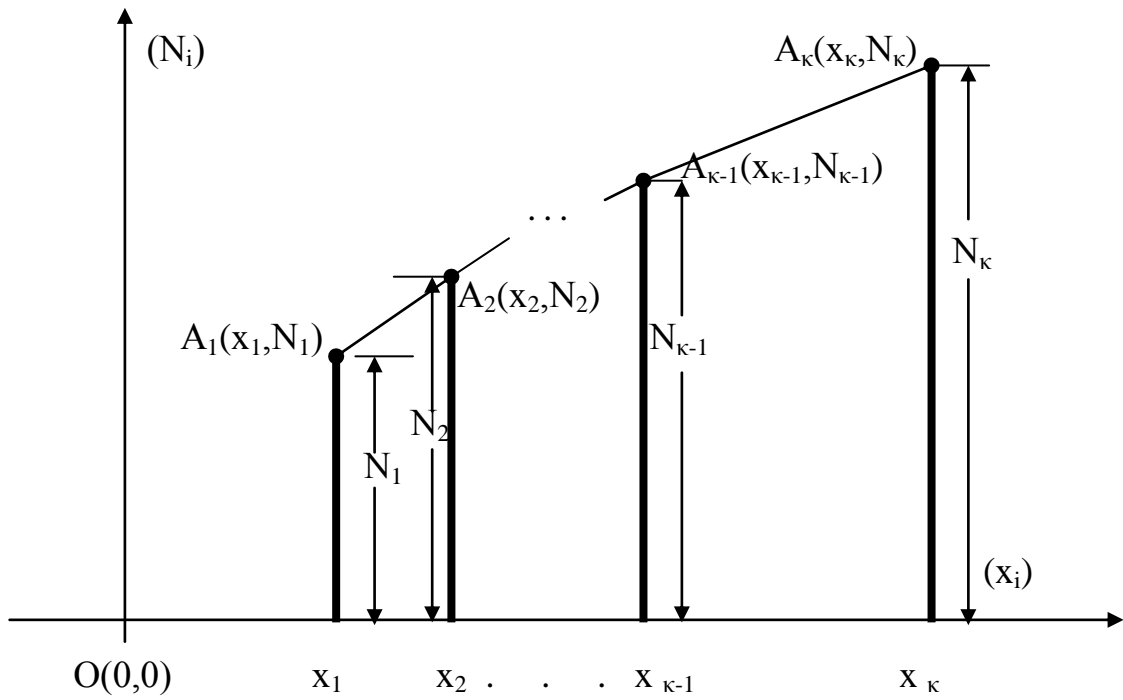
Συνδέω το πρώτο σημείο που έχω κατασκευάσει με το επόμενο

Συνδέω το δεύτερο σημείο που έχω κατασκευάσει με το επόμενο

· · · · ·
· · · · ·
· · · · ·

Συνδέω τα δυο τελευταία σημεία

Το σχήμα που κατασκευάσει είναι το πολύγωνο συχνοτήτων



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1.

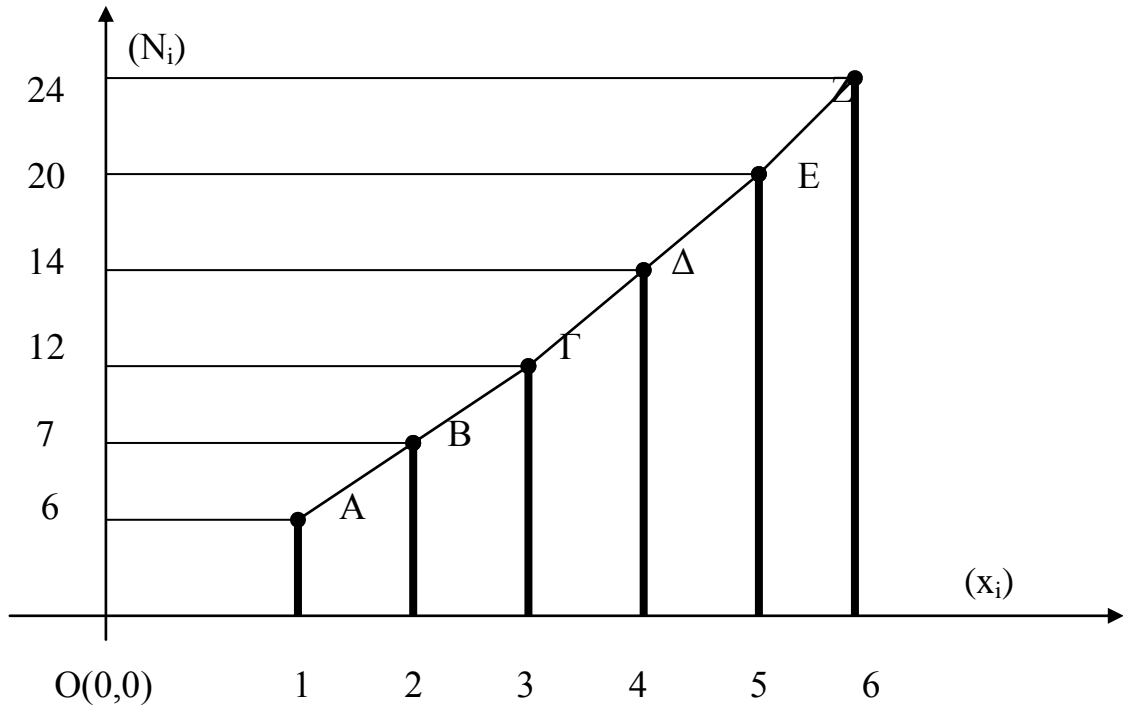
Ρίξαμε 24 φορές ένα ζάρι και τα αποτελέσματα που φέραμε φαίνονται στον παρακάτω πίνακα :

Ένδειξη ζαριού	Συχνότητα
1	6
2	1
3	5
4	2
5	6
6	4

Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων

x_i	v_i	N_i
1	6	6
2	1	7
3	5	12
4	2	14
5	6	20
6	4	24
ΣΥΝΟΛΟ	24	-

$$\begin{aligned}
 N_1 &= v_1 = 6 \\
 N_2 &= N_1 + v_2 = 6 + 1 = 7 \\
 N_3 &= N_2 + v_3 = 7 + 5 = 12 \\
 N_4 &= N_3 + v_4 = 12 + 2 = 14 \\
 N_5 &= N_4 + v_5 = 14 + 6 = 20 \\
 N_6 &= N_5 + v_6 = 20 + 4 = 24
 \end{aligned}$$



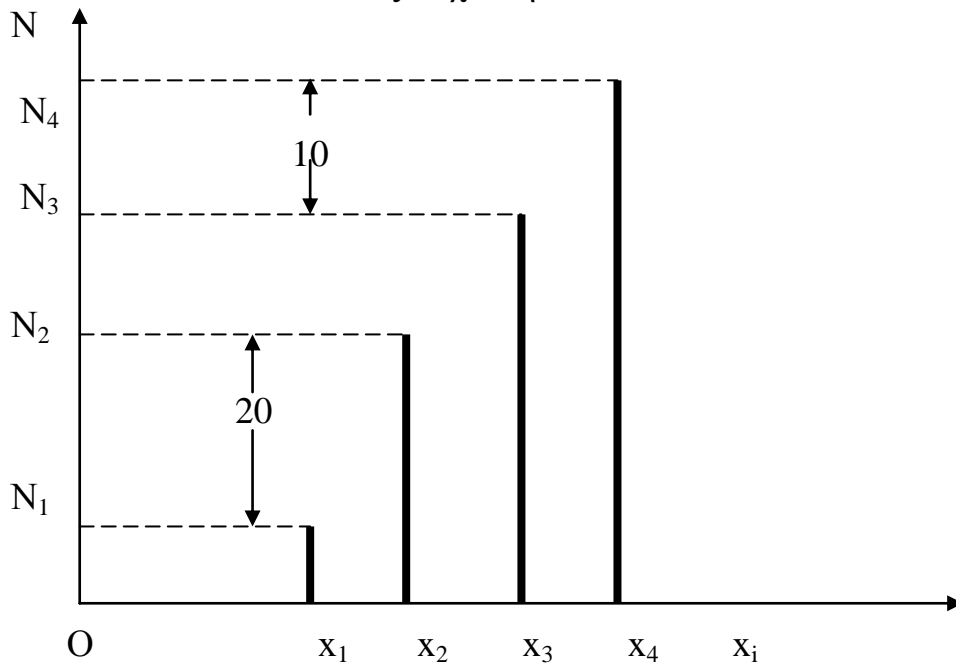
Το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων είναι το ΑΒΓΔΕΖ

2.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων της μεταβλητής X. Αν το μέγεθος του δείγματος είναι 100 και ισχύει :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

να κατασκευαστεί ο πίνακας συχνοτήτων



ΑΠΟΔΕΙΞΗ

v_i : Σχετική συχνότητα του x_i :Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται το x_i
 N_i : Αθροιστική συχνότητα του x_i :Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται όλα τα στοιχεία που είναι μικρότερα ή ίσα του x_i

$$N_1 = v_1, N_i = v_1 + v_2 + \dots + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, N_i = N_{i-1} + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, \text{Νέο } N = \text{Προηγούμενο } N + \text{Νέο } v, N_k = v_{ολ}$$

$$N_2 = N_1 + v_2 \text{ ή } N_2 - N_1 = v_2 \text{ ή } v_2 = 20 \text{ (Γιατί : } N_2 - N_1 = 20 \text{)}$$

Θέτω $v_2 = 20$ στην σχέση (1) :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{4} \text{ ή}$$

$$\frac{v_1}{20} = \frac{3}{4} \text{ ή}$$

$$4 v_1 = 20 \cdot 3 \text{ ή}$$

$$4 v_1 = 60 \text{ ή}$$

$$\frac{4 v_1}{4} = \frac{60}{4} \text{ ή}$$

$$v_1 = 15$$

$$N_4 = N_3 + v_4 \text{ ή } N_4 - N_3 = v_4 \text{ ή } v_4 = 10 \text{ (Γιατί : } N_4 - N_3 = 10 \text{)}$$

$$v_{ολ} = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 \text{ ή}$$

$$100 = 15 + 20 + v_3 + 10 \text{ ή}$$

$$100 = 45 + v_3 \text{ ή}$$

$$v_3 = 100 - 45 \text{ ή}$$

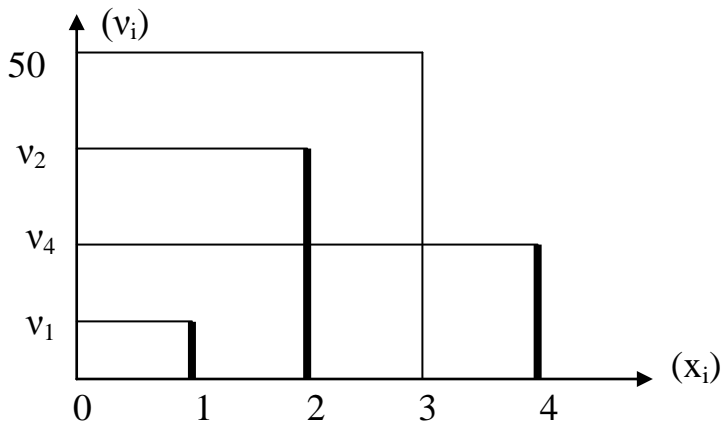
$$v_3 = 55$$

Ο πίνακας συχνοτήτων θα είναι :

x_i	v_i
x_1	15
x_2	20
x_3	55
x_4	10
ΣΥΝΟΛΟ	100

3.

Το παρακάτω σχήμα παριστάνει το διάγραμμα συχνοτήτων των παρατηρήσεων από ένα πληθυσμό μεγέθους $n = 140$. Υποθέτουμε ότι οι αριθμοί v_1, v_4, v_2 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου



α) Να βρείτε την διαφορά $N_4 - N_2$

β) Αν οι αριθμοί v_1, v_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης :

$x^2 - (v_1 + v_2)x + 800 = 0$, να βρείτε τις συχνότητες όλων των παρατηρήσεων.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

α)

v_i : Συχνότητα του x_i : Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζεται το x_i

N_i : Αθροιστική συχνότητα του x_i : Εκφράζει πόσες φορές εμφανίζονται όλα τα στοιχεία που είναι μικρότερα ή ίσα του x_i

$$N_1 = v_1, N_i = v_1 + v_2 + \dots + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, N_i = N_{i-1} + v_i, N_k = v_{ολ}$$

$$N_1 = v_1, \text{ Νέο } N = \text{Προηγούμενο } N + \text{Νέο } v, N_k = v_{ολ}$$

Επειδη οι αριθμοί v_1, v_4, v_2 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου θα έχω :

$$2 v_4 = v_1 + v_2 \quad (1)$$

Οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου όταν ισχύει:
 $2\beta = \alpha + \gamma$

Έχω : $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 140$ Θέτω : $2 v_4 = v_1 + v_2$

$$2 v_4 + v_3 + v_4 = 140 \iff 3 v_4 + 50 = 140 \iff 3 v_4 = 140 - 50 \iff$$

$$3 v_4 = 90 \iff \frac{3 v_4}{3} = \frac{90}{3} \iff v_4 = 30$$

Οπότε : $v_1 + v_2 = 2 v_4 = 2 \cdot 30 = 60$

Έχω : $N_4 = v = 140$, $N_2 = v_1 + v_2 = 60$

Άρα : $N_4 - N_2 = 140 - 60 = 80$

β) $x^2 - (v_1 + v_2) x + 800 = 0$ Θέτω : $v_1 + v_2 = 60$

$$x^2 - 60 x + 800 = 0$$

$$\boxed{1} x^2 \boxed{-60} x \boxed{+800} = 0 \quad (1)$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = -60 \quad \gamma = +800$$

$$\Delta = \beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma = (-60)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 800 = 3600 - 3200 = 400$$

Επειδή $\Delta > 0$ η δευτεροβάθμια εξίσωση (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες :

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-60) \pm \sqrt{400}}{2 \cdot 1} = \frac{60 \pm 20}{2} = \begin{matrix} \nearrow \frac{60+20}{2} = \frac{80}{2} = 40 \\ \searrow \frac{60-20}{2} = \frac{40}{2} = 20 \end{matrix}$$

Επειδή $v_1 < v_2$ θα έχω : $v_1 = 20$ και $v_2 = 40$