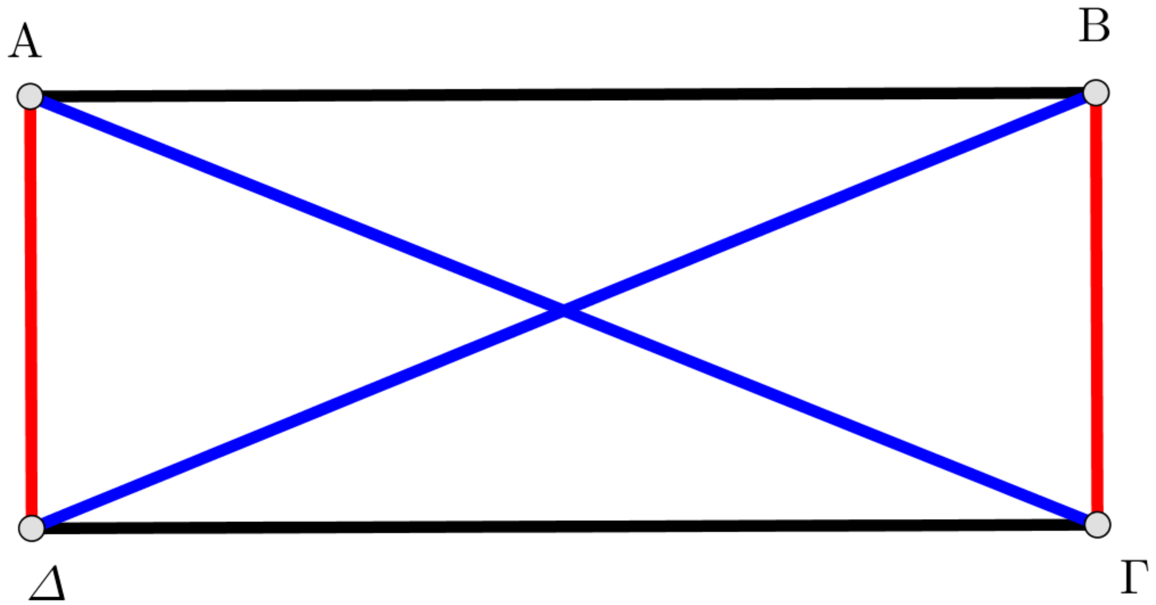
ΕΙΔΗ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΩΝ

1.

Αν ένα παραλληλόγραμμο που έχει ίσες διαγωνίους τότε είναι ορθογώνιο

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
$\mathrm{AB\Gamma\Delta}: \textit{Παραλληλόγραμμο}$ $\mathrm{A\Gamma} = \mathrm{B\Delta}$	$\mathrm{AB\Gamma\Delta}: \textit{Ορθογώνιο}$



$\Sigma\upsilon\kappa\rho\acute{\iota}\nu\omega\ \tau\alpha\ \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\alpha\ \ \mathrm{A}\overset{\triangle}{\Delta}\Gamma\ \ \kappa\alpha\iota\ \ \mathrm{B}\overset{\triangle}{\Gamma}\Delta.\mathrm{A}\upsilon\tau\acute{\alpha}\ \acute{\epsilon}\chi o\upsilon\nu:$

$$\left.\begin{cases}(\mathrm{I})\ \mathrm{A\Delta} = \mathrm{B\Gamma}\left(\Omega\varsigma\ \alpha\pi\acute{\epsilon}\nu\alpha\nu\tau\iota\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\epsilon}\varsigma\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda o\gamma\rho\alpha\mu o\mu o\upsilon\right)\\ (\mathrm{II})\ \Delta\Gamma = \Delta\Gamma\left(\Omega\varsigma\ \kappa o\iota\nu\acute{\eta}\ \pi\lambda\epsilon\upsilon\rho\acute{\alpha}\right)\\ (\mathrm{III})\ \mathrm{A\Gamma} = \mathrm{B\Delta}\left(\Upsilon\pi\acute{o}\theta\epsilon\sigma\eta\right)\end{cases}\right\}$$

$\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\epsilon\ \ \mathrm{A}\overset{\Delta}{\Delta}\Gamma\ = \mathrm{B}\overset{\Delta}{\Gamma}\Delta\left(\Pi\Pi\Pi\right).\Sigma\upsilon\nu\epsilon\pi\acute{\omega}\varsigma\ \theta\alpha\ \acute{\epsilon}\chi\omega: \hat{\Delta} = \hat{\Gamma}$

$\mathrm{O}\iota\ \pi\alpha\rho\acute{\alpha}\lambda\lambda\eta\lambda\epsilon\varsigma\ \mathrm{AB}//\Delta\Gamma\ \tau\acute{\epsilon}\mu\nu o\upsilon\nu\ \tau\eta\nu\ \mathrm{A\Delta}.\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\epsilon\ \theta\alpha\ \acute{\epsilon}\chi\omega:$

$$\hat{\Delta} + \hat{\Gamma} = 180^0\left(\Omega\varsigma\ \epsilon\nu\tau\acute{o}\varsigma\ \kappa\alpha\iota\ \epsilon\pi\iota\ \tau\alpha\ \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\ \mu\acute{\epsilon}\rho\eta\right)\overset{\hat{\Delta}=\hat{\Gamma}}{\Longleftrightarrow}$$

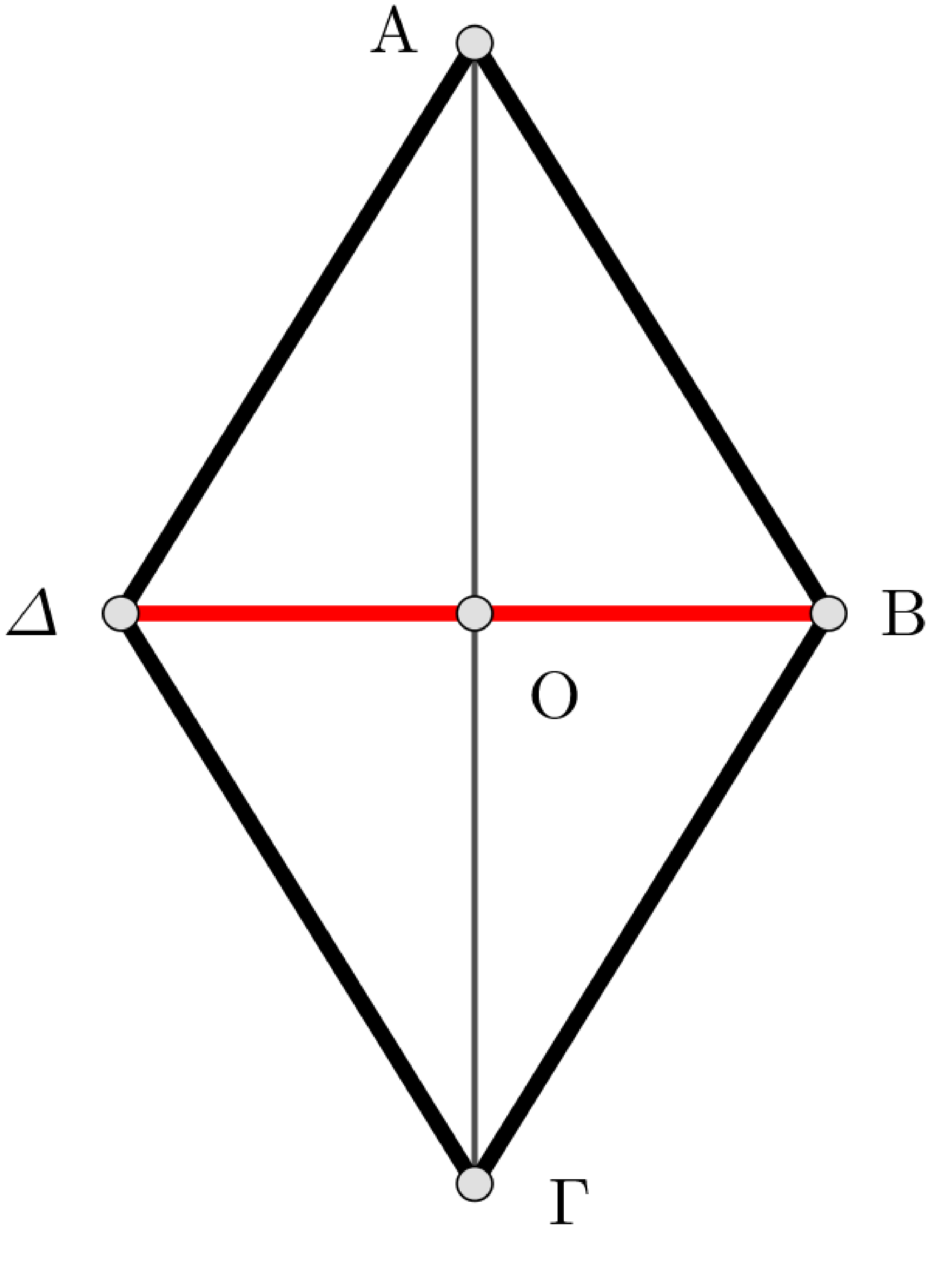
$$2\hat{\Delta} = 180^0 \Leftrightarrow \hat{\Delta} = \frac{180^0}{2} \Leftrightarrow \hat{\Delta} = 90^0$$

Οπότε το ΑΒΓΔ *είναι ορθογώνιο γιατί είναι παραλληλόγραμμο και έχει μια τουλάχιστον γωνία ορθή.*

2.

Α*ν ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος τότε οι διαγώνιες του τέμνονται κάθετα και διχοτομούν τις γωνίες του.*

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
$\mathrm{ΑΒΓΔ}:\mathrm{Ρ}\mathit{ομβος}$	$(\mathrm{Ι})\,\mathrm{ΑΓ}\perp\mathrm{ΒΔ}\ (\mathrm{ΙΙ})\,\mathrm{ΑΓ}:\mathit{Διχοτόμος\ της\ γωνίας}\ \hat{\mathrm{Α}}$

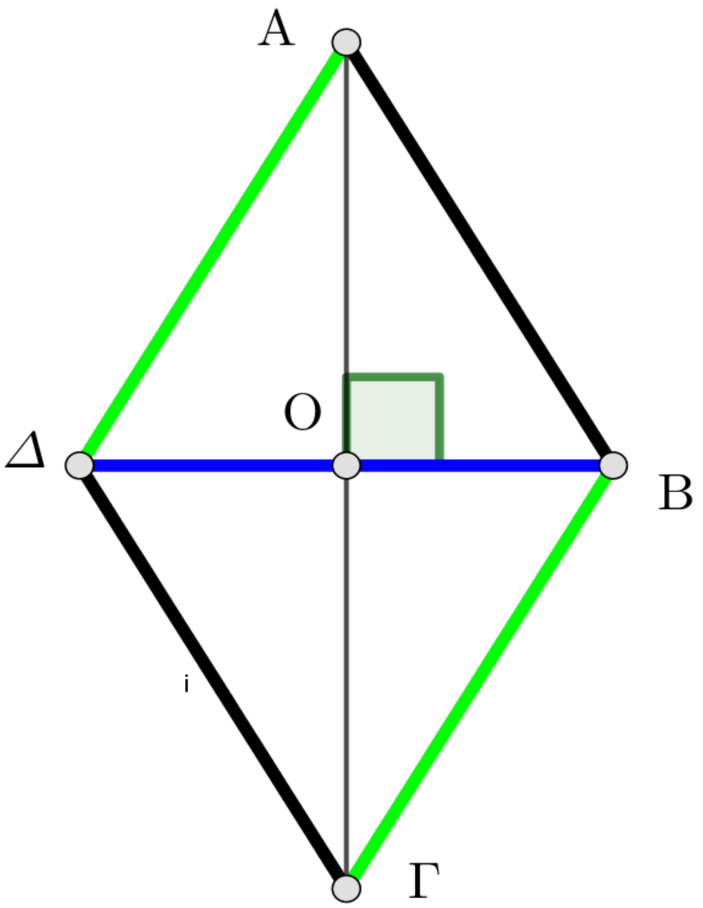


Επειδή ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται. Οπότε το σημείο τομής των διαγωνίων είναι το μέσο των δυο διαγωνίων.Επειδή ΑΒΓΔ είναι ρόμβος όλες οι πλευρές του θα είναι ίσες.Συνεπώς θα έχω $ΑΔ = ΔΒ$.Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΔΒ $(ΑΔ = ΔΒ)$ η ΑΟ είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί στην βάση ΒΔ.Άρα η ΑΔ είναι ύψος και διχοτόμος στο τρίγωνο ΑΔΒ ως διάμεσος που αντιστοιχεί στην βάση ισοσκελούς τριγώνου.Οπότε $ΑΟ \perp ΒΔ$ και ΑΟ διχοτόμος της γωνίας $\hat{Α}$.

3.

Αν σε ένα παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του τέμνονται κάθετα τότε είναι ρόμβος.

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
ΑΒΓΔ : Παραλληλόγραμμο $ΑΓ \perp ΒΔ$	ΑΒΓΔ : Ρόμβος



Επειδή ΑΒΓΔ *παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται.* Οπότε *το σημείο τομής των διαγωνίων είναι το μέσο των δυο διαγωνίων.Στο τρίγωνο* ΑΔΒ *η* ΑΟ *είναι η διάμεσος και ύψος που αντιστοιχεί πλευρά* ΒΔ.Ο*πότε το τρίγωνο* ΑΔΒ *είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά* ΒΔ.Σ*υνεπώς θα έχω*:

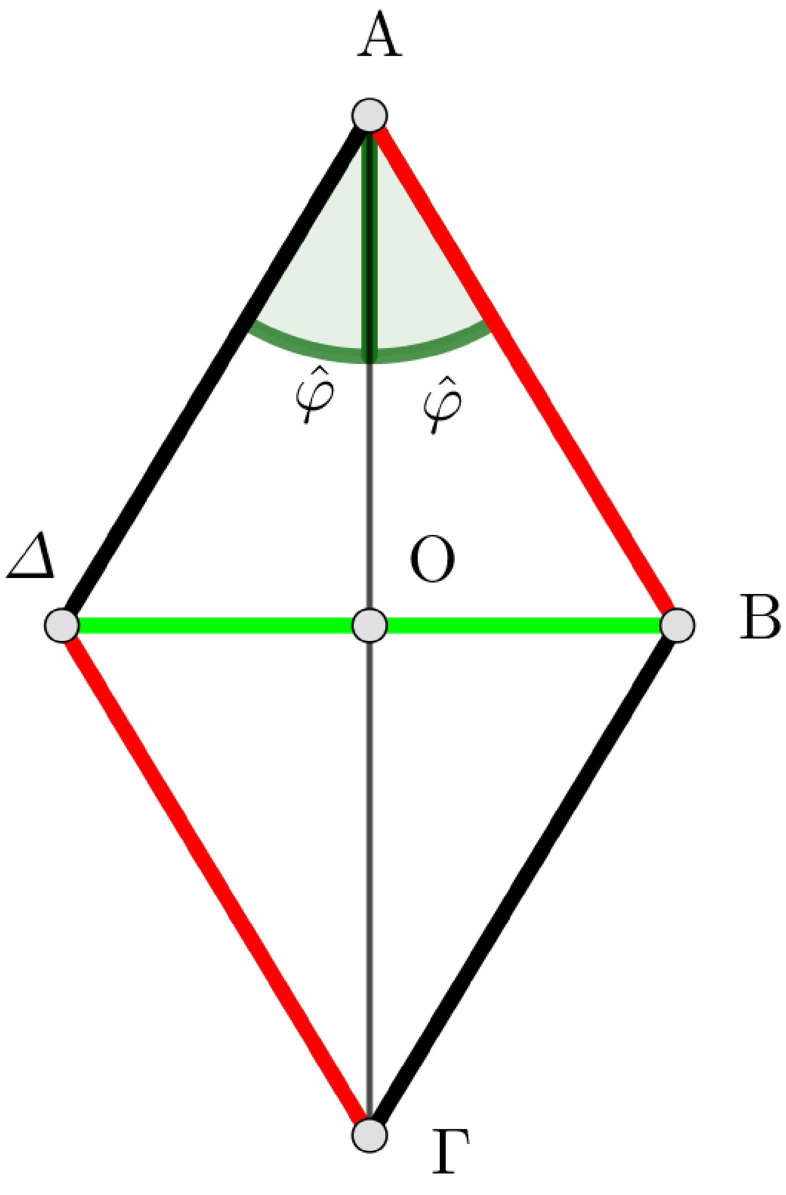
$AB = B\Gamma$

Επειδή ΑΒΓΔ *παραλληλόγραμμο με* $AB = B\Gamma$ *προκύπτει οτι* ΑΒΓΔ *είναι ρόμβος*.

4.

Α*ν σε ένα παραλληλόγραμμο μια τουλάχιστον διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του τότε είναι ρόμβος*.

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
ΑΒΓΔ : Π*αραλληλόγραμμο* ΑΓ : Δ*ιχοτόμος της* $\hat{A}$	ΑΒΓΔ : Ρ*όμβος*



A
$\hat{\varphi}$
$\hat{\varphi}$
Δ
O
B
Γ

Επειδή $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες του διχοτομούνται. Οπότε το σημείο τομής των διαγωνίων είναι το μέσο των δυο διαγωνίων.Στο τρίγωνο $ΑΔΒ$ η $ΑΟ$ είναι διχοτόμος της γωνίας $Δ\hat{Α}Β$
Στο τρίγωνο $ΑΔΒ$ η $ΑΟ$ είναι η διάμεσος που αντιστοιχεί πλευρά $ΒΔ$ και διχοτόμος της γωνίας $Δ\hat{Α}Β$..Οπότε το τρίγωνο $ΑΔΒ$ είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά $ΒΔ$.Συνεπώς θα έχω:

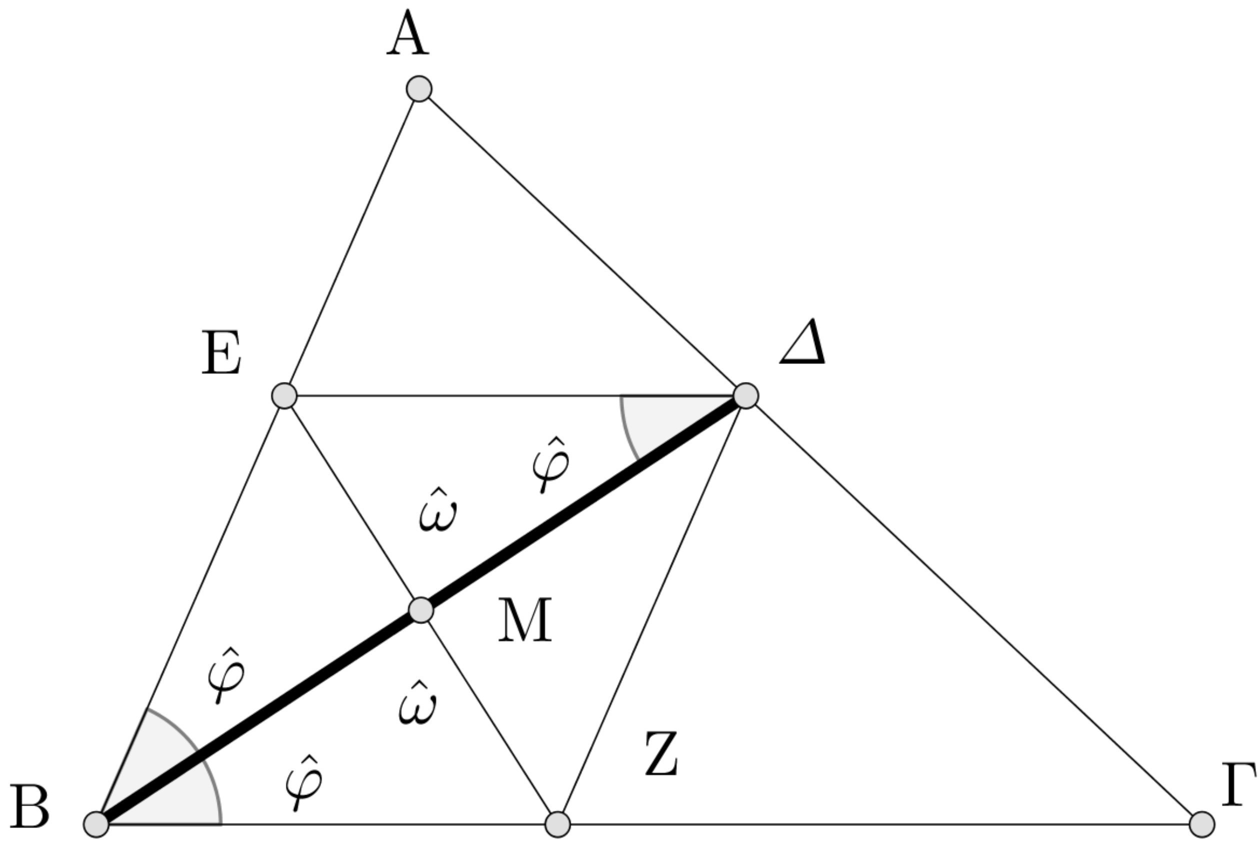
$ΑΒ = ΒΓ$

Επειδή $ΑΒΓΔ$ παραλληλόγραμμο με $ΑΒ = ΒΓ$ προκύπτει οτι $ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος.

5.

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$, η διχοτόμος του $ΒΔ$ και $Μ$ μέσο της $ΒΔ$. Απο το $Δ$ φέρουμε παράλληλη προς την $ΒΓ$, που τέμνει την $ΑΒ$ στο $Ε$.Αν η $ΕΜ$ τέμνει την $ΒΓ$ στο $Ζ$ να αποδείξετε ότι το $ΔΕΒΖ$ είναι ρόμβος

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
$ΒΔ$: Διχοτόμος της $\hat{Β}$ $Μ$: Μέσο της $ΒΔ$ $ΔΕ // ΒΓ$	$ΔΕΒΖ$: Ρόμβος



Οι παράλληλες $\Delta E // B\Gamma$ τέμνουν την $B\Delta$. Οπότε θα έχω:

$E\hat{\Delta}B = \Delta\hat{B}\Gamma = \hat{\varphi}\,(1)$ (Ως εντός εναλλάξ)

Συκρίνω τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{\Delta EM}$ και $\overset{\triangle}{BZM}$. Αυτά έχουν:

$$\begin{cases} (I)\; E\hat{\Delta}M = M\hat{B}Z\,(1) \\ (II)\; E\hat{M}\Delta = B\hat{M}Z\,(\text{Ως κατακορυφήν}) \\ (III)\; M\Delta = MB\,(\text{Γιατί M μέσο της } B\Delta) \end{cases}$$

Οπότε: $\overset{\triangle}{\Delta EM} = \overset{\triangle}{BZM}$ (ΓΠΓ). Άρα θα έχω $\Delta E = BZ$

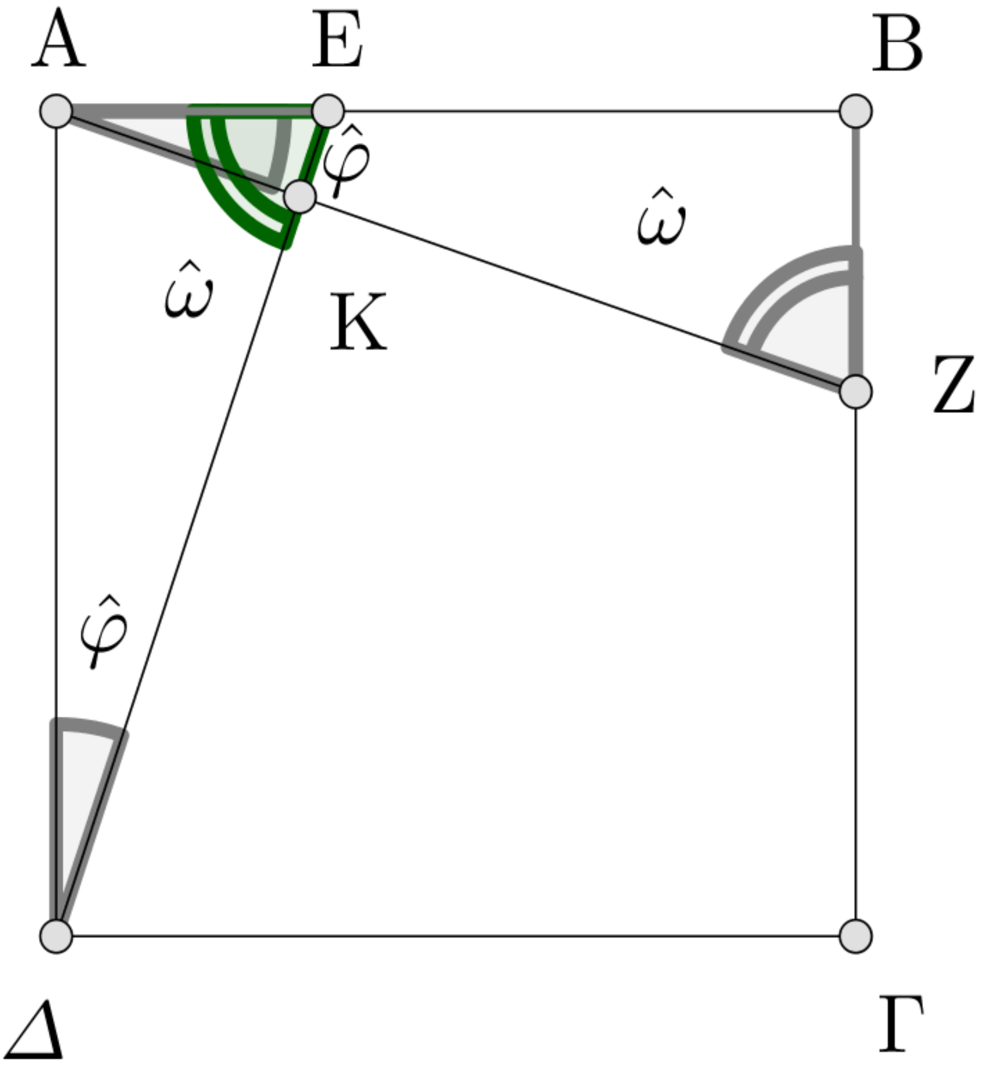
Επειδή $\Delta E // = BZ$ προκύπτει ότι το τετράπλευρο ΔΕΒΖ είναι παραλληλόγραμμο.

Στο παραλληλόγραμμο ΔΕΒΖ *η διαγώνιος του* ΒΔ *διχοτομεί την γωνία* $\hat{B}$.*Συνεπώς το τετράπλευρο* ΔΕΒΖ *είναι ρόμβος γιατί είναι παραλληλόγραμμο και υπάρχει διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του.*

6.

Στις πλευρές ΑΒ *και* ΒΓ *τετραγώνου* ΑΒΓΔ *παίρνουμε τα σημεία* Ε *και* Ζ *αντίστοιχα ώστε* $AE = BZ$. *Να αποδείξετε ότι*: $(I)\ AZ = \Delta E$ $(II)\ AZ \perp \Delta E$

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
ΑΒΓΔ : Τ*ετράγωνο* $AE = BZ$	$(I)\ AZ = \Delta E$ $(II)\ AZ \perp \Delta E$



$\Sigma \upsilon\gamma\kappa\rho\acute{\iota}\nu\omega\ \tau\alpha\ o\rho\theta o\gamma\acute{\omega}\nu\iota\alpha\ \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu\alpha\ \overset{\triangle}{\mathrm{A E \Delta}}\ \kappa\alpha\iota\ \overset{\triangle}{\mathrm{B Z A}}\left(\hat{\mathrm{A}}=\hat{\mathrm{B}}=90^0\right)$

$$\left\{\begin{matrix} (\mathrm{I})\ \mathrm{AE}=\mathrm{BZ}(\Upsilon\pi\acute{o}\theta\varepsilon\sigma\eta) \\ (\mathrm{II})\ \mathrm{A\Delta}=\mathrm{AB}(\Omega\varsigma\ \pi\lambda\varepsilon\upsilon\rho\acute{\varepsilon}\varsigma\ \tau\varepsilon\tau\rho\alpha\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon) \end{matrix}\right\}$$

$\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\varepsilon\ \theta\alpha\ \acute{\varepsilon}\chi\omega$:

$\mathrm{\Delta E}=\mathrm{BZ}\ (1)$

$\mathrm{A}\hat{\Delta}\mathrm{E}=\mathrm{Z}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{B}=\hat{\varphi}\ (2)$

$\mathrm{A}\hat{\mathrm{E}}\Delta=\mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{B}=\hat{\omega}\ (3)$

$\Sigma\tau o\ o\rho\theta o\gamma\acute{\omega}\nu\iota o\ \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu o\ \mathrm{ABZ}\left(\mathrm{A}\hat{\mathrm{B}}\mathrm{Z}=90^0\right)\theta\alpha\ \acute{\varepsilon}\chi\omega$:

$$\mathrm{Z}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{B}+\mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{B}=90^0 \overset{\substack{\mathrm{Z}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{B}=\hat{\varphi} \\ \mathrm{A}\hat{\mathrm{Z}}\mathrm{B}=\hat{\omega}}}{\Longrightarrow} \hat{\varphi}+\hat{\omega}=90^0\ (4)$$

$\Sigma\tau o\ \tau\rho\acute{\iota}\gamma\omega\nu o\ \mathrm{AEK}\ \tau o\ \acute{\alpha}\theta\rho o\iota\sigma\mu\alpha\ \tau\omega\nu\ \gamma\omega\nu\iota\acute{\omega}\nu\ \tau o\upsilon\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \acute{\iota}\sigma o\ \mu\varepsilon\ 180^0$:

$$\mathrm{A}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{E}+\mathrm{K}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{E}+\mathrm{A}\hat{\mathrm{E}}\mathrm{K}=180^0 \overset{\substack{\mathrm{K}\hat{\mathrm{A}}\mathrm{E}=\hat{\varphi} \\ \mathrm{A}\hat{\mathrm{E}}\mathrm{K}=\hat{\omega}}}{\Longleftrightarrow} \mathrm{A}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{E}+\hat{\varphi}+\hat{\omega}=180^0 \overset{\hat{\varphi}+\hat{\omega}=90^0}{\Longleftrightarrow}$$

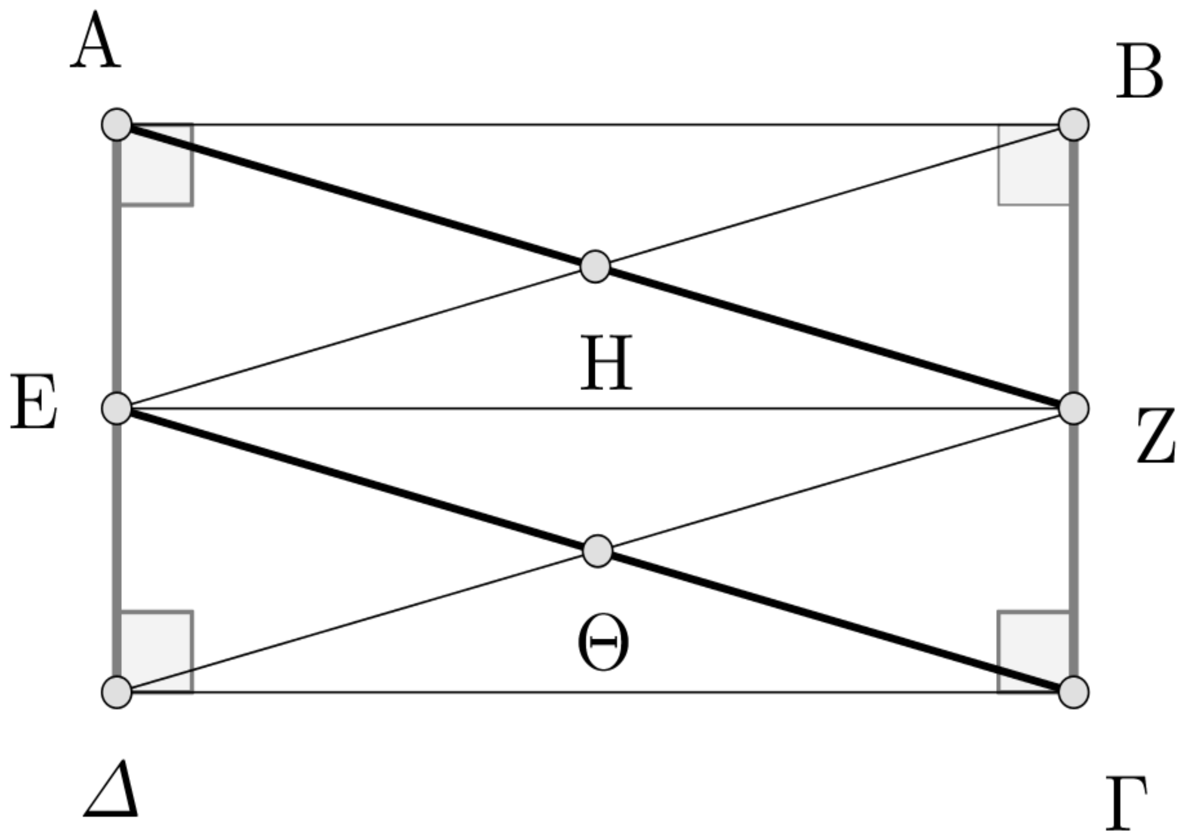
$$\mathrm{A}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{E}+90^0=180^0 \Leftrightarrow \mathrm{A}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{E}=180^0-90^0 \Leftrightarrow \mathrm{A}\hat{\mathrm{K}}\mathrm{E}=90^0$$

$\mathrm{O}\pi\acute{o}\tau\varepsilon\ \mathrm{AZ}\perp\mathrm{\Delta E}$

7.

$\Sigma\varepsilon\ o\rho\theta o\gamma\acute{\omega}\nu\iota o\ \mathrm{AB\Gamma\Delta}$, $\mathrm{E}\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{Z}\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \tau\alpha\ \mu\acute{\varepsilon}\sigma\alpha\ \tau\omega\nu\ \mathrm{A\Delta}\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{B\Gamma}\ \alpha\nu\tau\acute{\iota}\sigma\tau o\iota\chi\alpha$. $\mathrm{A}\nu\ \mathrm{H}\ \tau o\ \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\ \tau o\mu\acute{\eta}\varsigma\ \tau\omega\nu\ \mathrm{AZ}\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{BE}\ \kappa\alpha\iota\ \Theta\ \tau o\ \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\ \tau o\mu\acute{\eta}\varsigma\ \tau\omega\nu\ \mathrm{AZ}\ \kappa\alpha\iota\ \mathrm{\Gamma E}$, $\nu\alpha\ \alpha\pi o\delta\varepsilon\acute{\iota}\xi\varepsilon\tau\varepsilon\ \acute{o}\tau\iota\ \tau o\ \mathrm{E\Theta ZH}\ \varepsilon\acute{\iota}\nu\alpha\iota\ \rho\acute{o}\mu\beta o\varsigma$.

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
ΑΒΓΔ : Ορθογώνιο Ε : Μέσο του ΑΔ Ζ : Μέσο του ΒΓ	ΕΘΖΗ : Ρόμβος.



$\text{Επειδή ΑΒΓΔ } \textit{παραλληλόγραμμο θα έχω}:$

$\text{ΑΔ} = \text{ΒΓ}(1)(\textit{Ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου})$

$\text{Επειδή Ε } \textit{μέσο του } \text{ΑΔ } \textit{θα έχω}:$

$$\text{ΑΕ} = \text{ΕΔ} = \frac{\text{ΑΔ}}{2}(2)$$

$\text{Επειδή Ζ } \textit{μέσο του } \text{ΒΓ } \textit{θα έχω}:$

$$\text{ΒΖ} = \text{ΖΓ} = \frac{\text{ΒΓ}}{2}(3)$$

$\text{Απο } \textit{τις σχέσεις } (1),(2),(3) \textit{ θα έχω}:$

$$\left.\begin{cases} \text{ΑΔ} = \text{ΒΓ} \\ \text{ΑΕ} = \text{ΕΔ} = \dfrac{\text{ΑΔ}}{2} \\ \text{ΒΖ} = \text{ΖΓ} = \dfrac{\text{ΒΓ}}{2} \end{cases}\right\} \Rightarrow \text{ΑΕ} = \text{ΕΔ} = \text{ΒΖ} = \text{ΖΓ}(4)$$

Επειδή $AE//=BZ$ προκύπτει ότι το τετράπλευρο ABZE είναι παραλληλόγραμμο.Το παραλληλόγραμμο ABZE έχει $\hat{A}=90^0$.
Οπότε το τετράπλευρο ABZE είναι ορθογώνιο ως παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία ορθή. Επειδή ABZE είναι ορθογώνιο οι διαγώνιες του διχοτομούται και είναι ίσες μεταξύ τους.Οπότε θα έχω:

$$\left.\begin{cases} AH=HZ=\dfrac{AZ}{2} \\ EH=HB=\dfrac{EB}{2} \\ HZ=HB \end{cases}\right\} \Rightarrow AH=HZ=EH=HB=\frac{AZ}{2}=\frac{EB}{2} \quad (5)$$

Επειδή $\Delta E//=\Gamma Z$ προκύπτει ότι το τετράπλευρο ΔΕΖΓ είναι παραλληλόγραμμο.Το παραλληλόγραμμο ΔΕΖΓ έχει $\hat{\Delta}=90^0$.
Οπότε το τετράπλευρο ΔΕΖΓ είναι ορθογώνιο ως παραλληλόγραμμο που έχει μια γωνία ορθή. Επειδή ΔΕΖΓ είναι ορθογώνιο οι διαγώνιες του διχοτομούται και είναι ίσες μεταξύ τους.Οπότε θα έχω:

$$\left.\begin{cases} E\Theta=\Theta\Gamma=\dfrac{E\Gamma}{2} \\ \Delta\Theta=\Theta Z=\dfrac{\Delta Z}{2} \\ E\Gamma=\Delta Z \end{cases}\right\} \Rightarrow E\Theta=\Theta\Gamma=\Delta\Theta=\Theta Z=\frac{\Delta Z}{2}=\frac{E\Gamma}{2} \quad (6)$$

Επειδή $AE//=Z\Gamma$ προκύπτει ότι το τετράπλευρο ΑΖΓΕ είναι παραλληλόγραμμο.Οπότε θα έχω $AZ=E\Gamma$ (7)
(Ως απέναντι πλευρές παραλληλογράμμου)

$\text{Απο τις σχέσεις } (5),(6),(7) \text{ θα έχω}:$

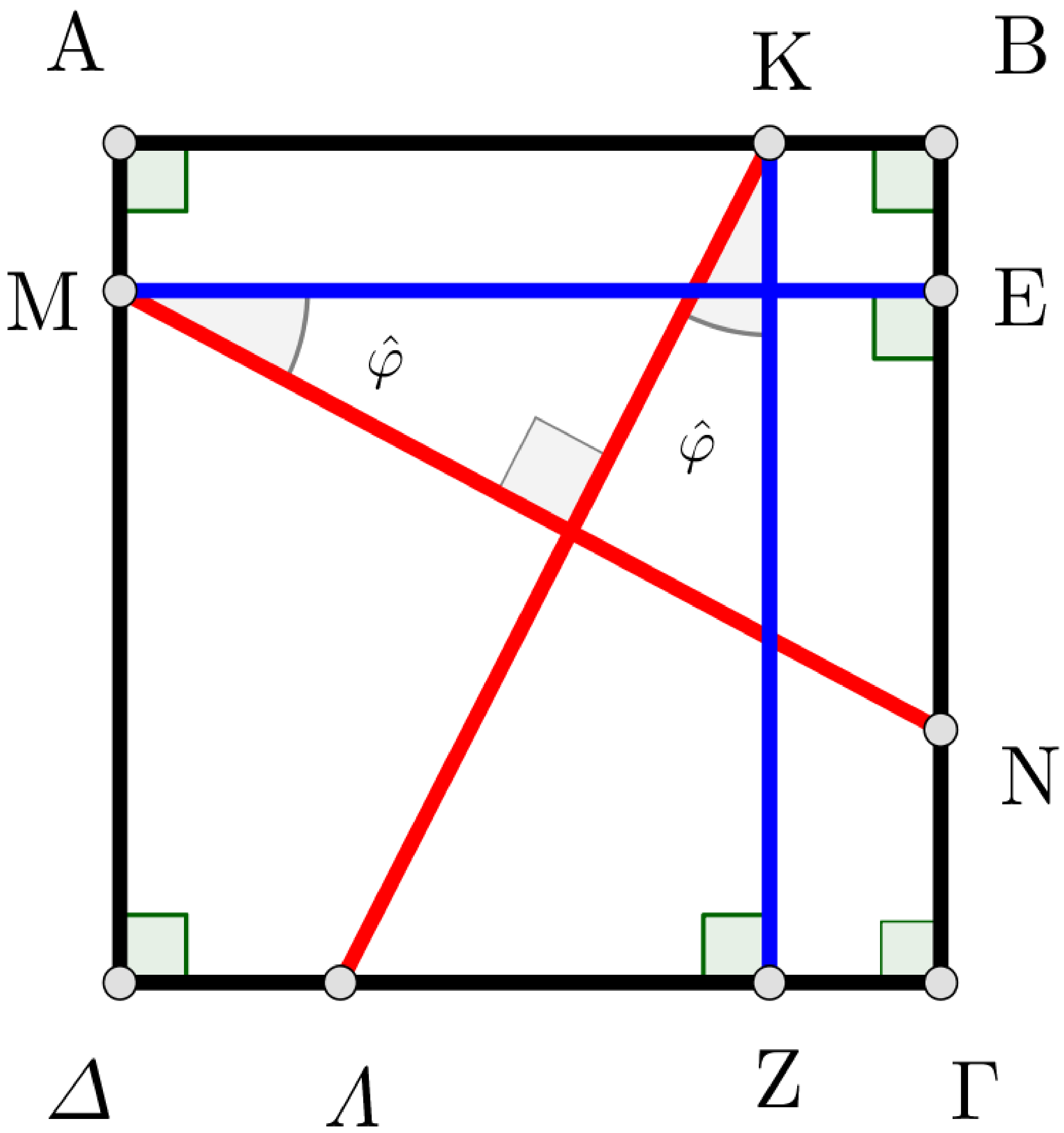
$$\left.\begin{cases} AH = HZ = EH = HB = \dfrac{AZ}{2} = \dfrac{EB}{2} \\ E\Theta = \Theta\Gamma = \Delta\Theta = \Theta Z = \dfrac{\Delta Z}{2} = \dfrac{E\Gamma}{2} \\ AZ = E\Gamma \end{cases}\right\} \Rightarrow EH = HZ = Z\Theta = \Theta E$$

Συνεπώς το τετράπλευρο ΕΘΖΗ *είναι ρόμβος γιατί έχει όλες τις πλευρές του ίσες.*

8.

Να αποδείξετε ότι αν δυο κάθετα τμήματα έχουν τα άκρα τους στις απέναντι πλευρές τετραγώνου, τότε είναι ίσα.

ΥΠΟΘΕΣΗ	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ
ΑΒΓΔ : Τ*ετράγωνο* $K\Lambda \perp MN$ $ME \perp B\Gamma$ $KZ \perp \Delta\Gamma$	$MN = K\Lambda$



Έστω $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ *τετράγωνο και* $\mathrm{MN} \perp \mathrm{K\Lambda}$.*Φέρω* $\mathrm{ME} \perp \mathrm{B\Gamma}$ *και* $\mathrm{KZ} \perp \Delta\Gamma$.

Ε*πειδή* $\mathrm{AB\Gamma\Delta}$ *τετράγωνο θα έχω* $\hat{\mathrm{A}} = \hat{\mathrm{B}} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^0$ *και*
$\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = \Gamma\Delta = \Delta\mathrm{A}\,(1)$

Ε*πειδή* $\hat{\mathrm{A}} = \hat{\mathrm{B}} = \hat{\mathrm{E}} = 90^0$ *το τετράπλευρο* ABEM *είναι ορθογώνιο γιατί έχει τρείς τουλάχιστον γωνίες ορθές*.Ο*πότε θα έχω* $\mathrm{ME} = \mathrm{AB}\,(2)$
(Ω*ς απέναντι πλευρές ορθογωνίου*)

Επειδή $\hat{B}=\hat{\Gamma}=\hat{Z}=90^0$ *το τετράπλευρο* $\mathrm{K B \Gamma Z}$ *είναι ορθογώνιο γιατί έχει τρείς τουλάχιστον γωνίες ορθές*. Οπότε *θα έχω* $KZ = B\Gamma\,(3)$

(*Ως απέναντι πλευρές ορθογωνίου*)

Απο *τις σχέσεις* $(1),(2),(3)$ *θα έχω*:

$$\left.\begin{cases} AB = B\Gamma \\ ME = AB \\ KZ = B\Gamma \end{cases}\right\} \Rightarrow ME = KZ\,(4)$$

Έχω: $\left.\begin{cases} ME \perp B\Gamma \\ \Delta\Gamma \perp B\Gamma \end{cases}\right\} \Rightarrow ME \,//\, \Delta\Gamma$

(*Ως ευθείες του ίδιου επιπέδου που είναι κάθετες στην ίδια ευθεία*)

Έχω: $\left.\begin{cases} ME \,//\, \Delta\Gamma \\ KZ \perp \Delta\Gamma \end{cases}\right\} \Rightarrow ME \perp KZ$

(Γ*ιατί αν μια ευθεία είναι κάθετη σε μια ευθεία τότε είναι κάθετηκαι σε κάθε ευθεία παράλληλη σε αυτήν*)

Επειδή $ME \perp KZ$, $MN \perp K\Lambda$ *προκύπτει ότι* $N\hat{M}E = \Lambda\hat{K}Z\,(5)$

(*Ως οξείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους μια προς μια κάθετες*)

Σ*υγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα* $\overset{\triangle}{MEN}$ *και* $\overset{\Delta}{KZ\Lambda}$ $\left(\hat{E}=\hat{Z}=90^0\right)$

$$\begin{cases} (I)\, ME = KZ\,(4) \\ (II)\, N\hat{M}E = \Lambda\hat{K}Z\,(5) \end{cases}$$

Ο*πότε* $\overset{\triangle}{MEN} = \overset{\Delta}{KZ\Lambda}$. Σ*υνεπώς θα έχω* $MN = K\Lambda$.