ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Αν: { (I) Η f παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ (II) $f'(x) > 0$ για κάθε σημείο εσωτερικό x του διαστήματος Δ } Τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ (Δ=Διάστημα δηλ. ένα σύνολο της μορφής [α,β],[α,β),(α,β),(α,β],(α,+∞), [α,+∞),(–∞, α), (–∞,α],(–∞,+∞)
Αν: { (I) Η f παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ (II) $f'(x) < 0$ για κάθε σημείο εσωτερικό x του διαστήματος Δ } Τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ (Δ=Διάστημα δηλ. ένα σύνολο της μορφής [α,β],[α,β),(α,β),(α,β],(α,+∞), [α,+∞),(–∞, α), (–∞,α],(–∞,+∞)
Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ όταν για κάθε $x_1,x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ θα έχω $f(x_1) < f(x_2)$
Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ όταν για κάθε $x_1,x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ θα έχω $f(x_1) > f(x_2)$
Μια συνάρτηση είναι γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ όταν είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα στο διάστημα Δ

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!
Αν $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in \Delta$ τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.Το αντίστροφο δεν ισχύει π.χ. η συνάρτηση $f(x) = x^3$ είναι γνησίως αύξουσα αλλά ισχύει $f'(x) \geq 0$ γιατί : Αν $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα Όμως $f'(x) = (x^3)' = 3x^2 \geq 0$
Αν $f'(x) < 0$ για κάθε $x \in \Delta$ τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ.Το αντίστροφο δεν ισχύει π.χ. η συνάρτηση $f(x) = -x^3$ είναι γνησίως φθίνουσα αλλά ισχύει $f'(x) \leq 0$ γιατί : Αν $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow -x_1^3 > -x_2^3 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα Όμως $f'(x) = (-x^3)' = -3x^2 \leq 0$
Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ και παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ θα ισχύει $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \Delta$
Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ και παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ θα ισχύει $f'(x) \leq 0$ για κάθε $x \in \Delta$
Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in \Delta$ δεν έπεται ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ !!! Π.χ: Για την συνάρτηση $f(x)=1$ ισχύει η f είναι παραγωγίσιμη στο IR με $f'(x)=0 \geq 0$ χωρίς η f να είναι γνησίως αύξουσα στο IR

Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) \leq 0$ για κάθε $x \in \Delta$ δεν έπεται ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ !!! Π.χ: Για την συνάρτηση $f(x)=1$ ισχύει η f είναι παραγωγίσιμη στο IR με $f'(x)=0 \leq 0$ χωρίς η f να είναι γνησίως φθίνουσα στο IR

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ
Αν: $\left\{\begin{array}{l}\text{(I) } f'(x) > 0 \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta) \text{ όπου } x_0 \text{ εσωτερικό σημείο του } (\alpha,\beta) \\ \text{(II) } f'(x_0)=0\end{array}\right\}$ Τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο (α, β)
Αν: $\left\{\begin{array}{l}\text{(I) } f'(x) < 0 \text{ για κάθε } x \in (\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta) \text{ όπου } x_0 \text{ εσωτερικό σημείο του } (\alpha,\beta) \\ \text{(II) } f'(x_0)=0\end{array}\right\}$ Τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο (α, β)

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</u>

1.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - \frac{15}{2} x^2 + 18x$. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία

<u>ΑΠΟΔΕΙΞΗ</u>

$$f'(x) = \left(x^3 - \frac{15}{2} x^2 + 18x\right)' = (x^3)' - \left(\frac{15}{2} x^2\right)' + (18x)' =$$

$$3x^2 - \frac{15}{2} (x^2)' + 18 (x)' = 3x^2 - \frac{15}{2} 2x + 18 \bullet 1 = 3x^2 - 15x + 18 =$$

$$= 3(x^2 - 5x + 6)$$

$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
$[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$
$[\lambda f(x)]' = \lambda f'(x)$ λ: Σταθερά
$(c)' = 0$, c : Σταθερά
$(x)' = 1$
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

Θεωρώ την δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$\boxed{1}\ x^2\ \boxed{-5}\ x\ \boxed{+6} = 0 \quad (1)$$

$\alpha = 1 \quad \beta = -5 \quad \gamma = 6$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-5)^2 - 4 \bullet 1 \bullet 6 = 25 - 24 = 1 > 0$

Επειδή Δ > 0 η δευτεροβάθμια εξίσωση (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες :

$$x_{1,2}=\frac{-\beta\pm\sqrt{\Delta}}{2\alpha}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{1}}{2\cdot 1}=\frac{5\pm 1}{2}$$

$$x_1=\frac{5+1}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$$x_2=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=2$$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
x^2-3x+2		+	0	–	0	+	

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
f΄		+	0	–	0	+	
f		↗		↘		↗	

Έπειδη f΄(x) > 0 για κάθε xє(–∞,2) η f είναι γνησίως αύξουσα στο (–∞, 2)

Έπειδη f΄(x) < 0 για κάθε xє(2,3) η f είναι γνησίως φθίνουσα στο (2, 3)

Έπειδη f΄(x) > 0 για κάθε xє(3,+∞) η f είναι γνησίως αύξουσα στο (3,+∞)

2.

Δίνεται η συνάρτηση f : IR→ IR παραγωγίσιμη για κάθε κάθε xєIR που ικανοποιεί την σχέση :

$$f^3(x) + 3f(x) = e^x + x^3 + x$$

Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα

<u>ΑΠΟΔΕΙΞΗ</u>

$[f^3(x) + 3f(x)]' = (e^x + x^3 + x)' \Longrightarrow$

$[f^3(x)]' + [3f(x)]' = (e^x)' + (x^3)' + (x)' \Longrightarrow$

$3f^2(x)f'(x) + 3f'(x) = e^x + (x^3)' + (x)' \Longrightarrow$

$f'(x)\,3[f^2(x) + 1] = e^x + 3x^2 + 1 \Longrightarrow$

$$\frac{3[f^2(x)+1]f'(x)}{3[f^2(x)+1]} = \frac{e^x + 3x^2 + 1}{3[f^2(x)+1]} \Longrightarrow$$

$$f'(x) = \frac{e^x + 3x^2 + 1}{3[f^2(x)+1]}$$

$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$
$[\lambda f(x)]' = \lambda f'(x)$ λ: Σταθερά
$(x)' = 1$
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$
$(e^x)' = e^x$
$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} f'$

$3x^2 \geq 0 \Longrightarrow 3x^2 + 1 \geq 1 > 0 \Longrightarrow 3x^2 + 1 > 0$

$$\left.\begin{array}{l} 3x^2 + 1 > 0 \\ e^x > 0 \end{array}\right\} (+)$$

$$\overline{e^x + 3x^2 + 1 > 0}$$

$f^2(x) \geq 0 \Longrightarrow f^2(x) + 1 \geq 1 > 0 \Longrightarrow f^2(x) + 1 > 0 \Longrightarrow$

$3[f^2(x) + 1] > 0$

Επειδή $e^x + 3x^2 + 1 > 0$ και $3[f^2(x) + 1] > 0$ από την σχέση (1) θα έχω $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in IR$. Άρα η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα

3.

Να μελετηθεί η συνάρτηση $f(x) = (x-1)^2 (x+2)^3$ ως προς την μονοτονία

<u>ΑΠΟΔΕΙΞΗ</u>

$f'(x) = [(x-1)^2(x+2)^3]' = [(x-1)^2]'(x+2)^3 + (x-1)^2[(x+2)^3]' =$

$= 2(x-1)(x-1)'(x+2)^3 + (x-1)^2\, 3(x+2)^3 (x+2)' =$

$= 2(x-1)[(x)' - (1)'](x+2)^3 + (x-1)^2\, 3(x+2)^2[(x)' + (2)'] =$

$= 2(x-1)(1-0)(x+2)^3 + (x-1)^2\, 3(x+2)^2(1+0) =$
$= 2(x-1)(x+2)^3 + 3(x-1)^2(x+2)^2 = (x-1)(x+2)^2[\,2(x+2) + 3(x-1)\,] =$
$= (x-1)(x+2)^2[\,2x + 2\cdot 2 + 3x + 3(-1)\,] =$
$= (x-1)(x+2)^2(2x + 4 + 3x - 3) = (x-1)(x+2)^2(5x+1) =$
$= (x-1)(5x+1)(x+2)^2$

$[\,f(x)\,g(x)\,]' = f'(x)\,g(x) + f(x)\,g'(x)$
$(f^{\alpha})' = \alpha\, f^{\alpha-1}\, f'$
$[\,f(x) + g(x)\,]' = f'(x) + g'(x)$
$[\,f(x) - g(x)\,]' = f'(x) - g'(x)$
$(c)' = 0$, c : Σταθερά
$(x)' = 1$

Θεωρώ την δευτεροβάθμια εξίσωση :

$$(x-1)(5x+1) = 0 \iff \left.\begin{matrix} x-1 = 0 \\ \text{ή} \\ 5x+1 = 0 \end{matrix}\right\} \iff \left.\begin{matrix} x = 1 \\ \text{ή} \\ 5x = -1 \end{matrix}\right\} \iff$$

$$\left.\begin{matrix} x = 1 \\ \text{ή} \\ \dfrac{5x}{5} = -\dfrac{1}{5} \end{matrix}\right\} \iff \left.\begin{matrix} x = 1 \\ \text{ή} \\ x = -\dfrac{1}{5} \end{matrix}\right\}$$

x	$-\infty$		$-1/5$		1		$+\infty$
$(x-1)(5x+1)$		+	0	−	0	+	

$(x+2)^2 = 0 \iff x + 2 = 0 \iff x = -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$(x+2)^2$		+	0	+	

x	$-\infty$		-2		$-1/5$		1		$+\infty$
$(x-1)(5x+1)$		+		+	0	−	0	+	
$(x+2)^2$		+	0	+		+		+	
$(x-1)(5x+1)(x+2)^2$		+	0	+	0	−	0	+	

x	$-\infty$		-2		$-1/5$		2		$+\infty$
f'		+	0	+	0	−	0	+	
f		↗		↗		↘		↗	

Επειδη $f'(x) > 0$ για κάθε $x\in(-\infty, -2)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -2)$
Επειδη $f'(x) > 0$ για κάθε $x\in(-2, -1/5)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-2, -1/5)$

Επειδη $f'(x) < 0$ για κάθε $x\in(-1/5, 2)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-1/5, 2)$
Επειδη $f'(x) > 0$ για κάθε $x\in(2,+\infty)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(2, +\infty)$

4.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο :
$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{8-x}, x\in(0,8)$
I) Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία
II) Να συγκρίνεται τους αριθμούς :
$a=\sqrt{2}+\sqrt{6}, \beta=\sqrt{3}+\sqrt{5}$

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

I)

$$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{8-x} = x^{1/2} + (8-x)^{1/2} \text{ με } x\in(0,8)$$

$f'(x) = [x^{1/2} + (8-x)^{1/2}]' = (x^{1/2})' + [(8-x)^{1/2}]' =$

$$= \frac{1}{2} x^{1/2-1} + \frac{1}{2}(8 - x)^{1/2-1}(8 - x)' =$$

$$= \frac{1}{2} x^{1/2-2/2} + \frac{1}{2}(8 - x)^{1/2-2/2}[(8) - (x)'] =$$

$$= \frac{1}{2} x^{-1/2} - \frac{1}{2}(8 - x)^{-1/2} =$$

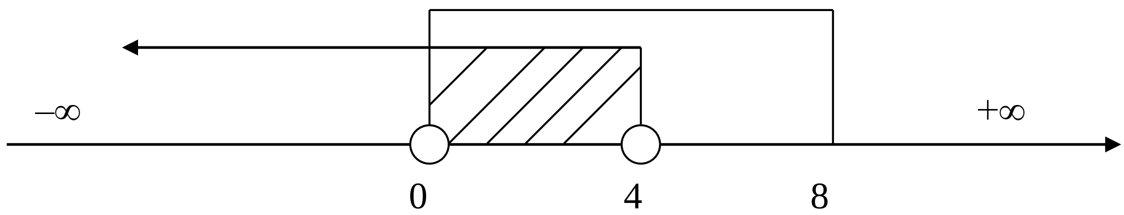
$$= \frac{1}{2x^{1/2}} - \frac{1}{2(8-x)^{1/2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{8-x}}$$

$$= \frac{\sqrt{8-x}}{2\sqrt{x}\,\sqrt{8-x}} - \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}\,\sqrt{8-x}} = \frac{\sqrt{8-x} - \sqrt{x}}{2\sqrt{x}\,\sqrt{8-x}}$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} \sqrt{8-x} - \sqrt{x} > 0 \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} \sqrt{8-x} > \sqrt{x} \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 8 - x > x \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -x - x > -8 \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -2x > -8 \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{-2x}{-2} < \dfrac{-8}{-2} \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} x < 4 \\ 0 < x < 8 \end{array}\right\} \Leftrightarrow 0 < x < 4$$



$$f'(x)=0 \Longleftrightarrow \left.\begin{matrix} \sqrt{8-x}-\sqrt{x}=0 \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow \left.\begin{matrix} \sqrt{8-x}=\sqrt{x} \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\}$$

$$\left.\begin{matrix} 8-x = x \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow \left.\begin{matrix} -x-x=-8 \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow \left.\begin{matrix} -2x=-8 \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow$$

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{-2x}{-2} = \dfrac{-8}{-2} \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow \left.\begin{matrix} x=4 \\ 0<x<8 \end{matrix}\right\} \Longleftrightarrow x=4$$

$f'(x)<0 \Longleftrightarrow 4<x<8$

x	0	4	8
f ′	+	0	–
f	↗		↘

Επειδη $f'(x) > 0$ για κάθε $x\in(0,4)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0,4)
Επειδη $f'(x) < 0$ για κάθε $x\in(4,8)$ η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (4, 8)

ΙΙ) Επειδή $2,3\in(0,4)$ με $2<3$ και η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0,4) θα έχω :

$$f(2) < f(3) \Longrightarrow \sqrt{2}+\sqrt{8-2} < \sqrt{3}+\sqrt{8-3} \Longrightarrow$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{6} < \sqrt{3}+\sqrt{5} \Longrightarrow \alpha<\beta$$

5.

Να βρείτε τις τιμές του $\alpha\in IR$ για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) =\alpha x^3 + 3x^2 + x + 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο IR

<u>ΑΠΟΔΕΙΞΗ</u>

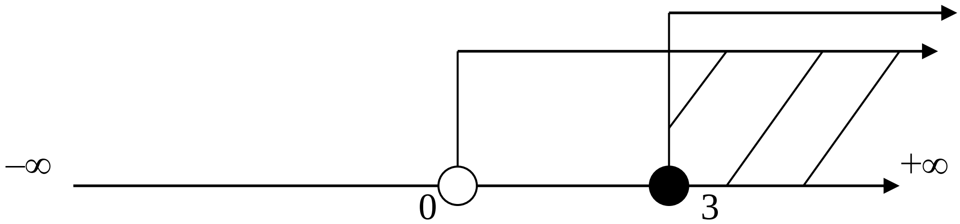
$f'(x) =(\alpha x^3 + 3x^2 + x + 1)' = (\alpha x^3)' + (3x^2)' + (x)' + (1)' =$
$= \alpha (x^3)' + 3(x^2)' + 1 + 0 = 3\alpha x^2 + 3 \cdot 2x + 1 = 3\alpha x^2 + 6x + 1$

Επειδή η συνάρτηση f είναι γνησιώς αύξουσα στο IR θα πρέπει για κάθε xϵIR να ισχύει $f'(x)\geq 0$.Οπότε για κάθε xϵIR θα πρέπει να ισχύει $3\alpha\, x^2+6x+1\geq 0$.Άρα θα έχω :

$$\left.\begin{matrix}3\alpha>0\\ \Delta\leq 0\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ \beta^2-4\alpha\gamma\leq 0\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ 6^2-4\cdot 3\alpha\cdot 1\leq 0\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow$$

$$\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ 36-12\alpha\leq 0\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ -12\alpha\leq -36\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ \dfrac{-12\alpha}{-12}\geq\dfrac{-36}{-12}\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow$$

$$\left.\begin{matrix}\alpha>0\\ \alpha\geq 3\end{matrix}\right\}\Longleftrightarrow \alpha\geq 3 \Longleftrightarrow \alpha\epsilon[\,3\,,+\infty)$$



Αν αϵ (3 , +∞) θα έχω $f'(x)>0$ για κάθε xϵIR.Οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα

Αν α=3 θα έχω:

$f'(x)=0 \Longleftrightarrow 9x^2+6x+1=0 \Longleftrightarrow (3x)^2+2\bullet 3x\bullet 1+1^2=0 \Longleftrightarrow$

$(3x+1)^2=0 \Longleftrightarrow 3x+1=0 \Longleftrightarrow x=-\dfrac{1}{3}$

$$\left.\begin{cases}\text{(I) } f'(x)>0 \text{ για κάθε } x\epsilon(-\infty,-\dfrac{1}{3})\cup(-\dfrac{1}{3},-\infty)\\ \text{(II) } f'(-\dfrac{1}{3})=0\end{cases}\right\}$$

Οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα

<u>ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ</u>
Για να ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma\leq 0$ για κάθε xϵIR θα πρέπει να έχω $\alpha<0$ και $\Delta\leq 0$(Δ:Διακρίνουσα , $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$)
Για να ισχύει $\alpha x^2+\beta x+\gamma\geq 0$ για κάθε xϵIR θα πρέπει να έχω $\alpha>0$ και $\Delta\leq 0$(Δ:Διακρίνουσα , $\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma$)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - \dfrac{21}{2}x^2 + 30x$.Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία

2.

Δίνεται η συνάρτηση $f : IR \to IR$ παραγωγίσιμη για κάθε κάθε $x \in IR$ που ικανοποιεί την σχέση :

$f^3(x) + 4f(x) = 4e^x + x^7 + x$

Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα

3.

Να μελετηθεί η συνάρτηση $f(x) = (x-2)^2(x+3)^3$ ως προς την μονοτονία

4.

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο :

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10-x}, x \in (0,10)$

I) Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς την μονοτονία

II) Να συγκρίνεται τους αριθμούς :

$a = \sqrt{2} + \sqrt{8}, \beta = \sqrt{3} + \sqrt{7}$

5.

Να βρείτε τις τιμές του $\alpha \in IR$ για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) = -\alpha x^3 + 3x^2 + x + 1$ είναι γνησίως αύξουσα στο IR

6.

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0,+\infty) :\to IR$ παραγωγίσιμη για κάθε κάθε $x \in (0,+\infty)$ που ικανοποιεί την σχέση :

$f^3(\ln x) + 5f(\ln x) = \ln x + x^{19} + x, x \in (0,+\infty)$

Να αποδείξετε

(I) $f^3(x) + 5f(x) = x + e^{19x} + e^x$, $x \in (0,+\infty)$

(II) Η f είναι γνησίως αύξουσα

7.

Να μελετηθεί η συνάρτηση $f(x) = (x-\lambda)^2(x+2\lambda)^3$ ως προς την μονοτονία

<u>Υπόδειξη:</u>

$f'(x) = (x-\lambda)(x+2\lambda)^2(5x+\lambda)$

Διακρίνω τις περιπτώσεις:

(I) $\lambda=0$

(II) $\lambda>0$($\lambda > 0 \Rightarrow -2\lambda < \dfrac{-\lambda}{5} < \lambda$) (II) $\lambda<0$($\lambda < 0 \Rightarrow \lambda < -\dfrac{\lambda}{5} < -2\lambda$)

Πως θα μελετήσω τη συνάρτησης f ως προς την μονοτονία

↓

Θα βρώ το πεδίο ορισμού της f(Συνήθως δίνεται το πεδίο ορισμού)

↓

Θα βρω την παράγωγο της συνάρτησης

↓

Λύνω την ανίσωση $f'(x) > 0$(1)

Λύνω την εξίσωση $f'(x) = 0$(2)

Λύση της ανίσωσης $f'(x)<0$ είναι όλα τα υπόλοιπα x που η f είναι παραγωγίσιμη και δεν ικανοποιούν τις σχέσεις (1) και (2)

Δημιουργώ τον πίνακα μεταβολής της συνάρτησης

x	$-\infty$ x_1	x_2	. . .	$x_{\kappa-1}$	x_κ $+\infty$
f'	− ή +	− ή +	. . .	− ή +	− ή +
f	↘ ή ↗	↘ ή ↗	. . .	↘ ή ↗	↘ ή ↗

Όπου $x_1,\ldots, x_\kappa$ είναι σημεία στα οποία :

I) Είναι άκρα διαστήματος του πεδίου ορισμού της f

II) Δεν ορίζεται η f'

III) Μηδενίζεται η f'

Όταν στο x_ν δεν ορίζεται η f φέρνω διπλή γραμμη στο x_ν :

x	$-\infty$ … x_ν		$x_{\nu+1}$	… $+\infty$
f'	…	‖	− ή +	…
f	…	‖	↘ ή ↗	…

Όταν στο x_ν ορίζεται η f αλλά δεν ορίζεται η f ΄φέρνω «διπλή γραμμη» στο x_ν μέχρι το υψος της πρώτης γραμμής . Η «διπλή γραμμη δεν προεκτείνεται στην δεύτερη γραμμή :

x	$-\infty$ … x_ν		$x_{\nu+1}$	…$+\infty$
f'	…	‖	− ή +	…
f	…	↘	ή ↗	…

1η γραμμή»

2η γραμμή

Όταν στο x_ν μηδενίζει την f ΄φέρνω ένα «μηδέν» στο x_ν
Το «μηδέν» υπάρχει μόνο στην πρώτη γραμμή.

:

x	$-\infty$ …	x_ν	$x_{\nu+1}$ …$+\infty$
f′	…	0 $-$ ή $+$	…
f	…	↘ ή ↗	…

1η γραμμή

Όταν για κάθε $x\epsilon(x_\nu , x_{\nu+1})$ ισχύει $f'(x) >0$ αυτό σημαίνει ότι το τετραγωνάκι $(x_\nu , x_{\nu+1})$ είναι «θετικό».Κάτω από το τετραγωνάκι $(x_\nu , x_{\nu+1})$ γραφω ↗

:

x	$-\infty$ …	x_ν	$x_{\nu+1}$ … $+\infty$
f′	…	$+$	…
f	…	↗	…

Όταν για κάθε $x\epsilon(x_\nu , x_{\nu+1})$ ισχύει $f'(x) <0$ αυτό σημαίνει ότι το τετραγωνάκι $(x_\nu , x_{\nu+1})$ είναι «αρνητικό».Κάτω από το τετραγωνάκι $(x_\nu , x_{\nu+1})$ γραφω ↘

:

x	$-\infty$ …	x_ν	$x_{\nu+1}$ …$+\infty$
f′	…	$-$	…
f	…	↘	…